

# Il calcolo letterale

- Monomi
- Polinomi e prodotti notevoli
- Equazioni

## • Monomi

1 Il monomio  $-3x^4y^3a^2$  è simile a:

- a  $-\frac{1}{5}a^2x^4y^3$
- b  $+3x^4y^3a$
- c  $-3x^2y^2a^2$

Due monomi sono simili se hanno la parte letterale uguale e, siccome la parte letterale è un prodotto, per la proprietà commutativa l'ordine dei fattori è influente. La risposta corretta è quindi **a**.

2 Il monomio  $+2a^4b^5c$  è di grado:

- a 5
- b 9
- c 10

Il grado complessivo di un monomio è la somma dei gradi di ciascuna lettera, ricordando che se una lettera non ha esponente essa ha grado uguale a 1; in questo caso  $a$  ha grado 4,  $b$  grado 5,  $c$  grado 1, perciò il grado complessivo è dato da  $4 + 5 + 1 = 10$ .

3 Il risultato della divisione  $-\frac{7}{2}a^6b^3c^9 : \frac{21}{4}a^2b^2c$  è:

- a  $\frac{1}{4}a^3c^9$
- b  $-\frac{2}{3}a^4bc^8$
- c  $-\frac{2}{3}a^5bc^7$

Essendo i due monomi discordi, il risultato è negativo; il coefficiente è il quoziente tra  $\frac{7}{2}$  e  $\frac{21}{4}$  e la parte letterale si ottiene applicando la proprietà delle potenze relativa al quoziente di due potenze con la stessa base, quindi bisogna eseguire la differenza degli esponenti.

$$\text{Abbiamo quindi } -\frac{7}{2}a^6b^3c^9 : \frac{21}{4}a^2b^2c = -\frac{17}{2} \cdot \frac{4^2}{21_3} a^{6-2}b^{3-2}c^{9-1} = -\frac{2}{3}a^4bc^8.$$

4 La forma normale del monomio  $-\frac{1}{2}a^3 \cdot \left(+\frac{2}{5}\right)ab^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)a^2bc$  è:

- a  $+\frac{1}{20}a^6b^3c$
- b  $+\frac{1}{20}a^5b^3c$
- c  $-\frac{1}{20}a^5b^2c$

La forma normale di un monomio prevede che il coefficiente sia unico e ciascuna lettera sia presente una sola volta, quindi, applicando le proprietà commutativa e associativa otteniamo:

$$-\frac{1}{2} \cdot \left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot a^3 \cdot a \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot b \cdot c = +\frac{1}{20}a^{3+1+2}b^{2+1}c = +\frac{1}{20}a^6b^3c$$

5 Il risultato del prodotto  $9x^4z \cdot (-3x) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)ax^2z$  è:

- a  $-9x^6z$
- b  $+9x^7z^2$
- c  $-9ax^7z^2$

Applicando le proprietà commutativa e associativa otteniamo:

$$9 \cdot (-3) \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot x^4 \cdot x \cdot x^2 \cdot z \cdot z = -9ax^{4+1+2}z^{1+1} = -9ax^7z^2$$

**6** La potenza  $(-3x^2yz^3)^2$  vale:

- a  $+9x^4y^2z^6$
- b  $6x^4y^2z^6$
- c  $+9x^4yz^6$

Ricordiamo che qualunque numero positivo elevato a potenza dà come risultato un numero positivo e che qualunque numero negativo elevato a potenza pari dà come risultato un numero positivo, mentre elevato a potenza dispari dà come risultato un numero negativo; quindi abbiamo che elevando al quadrato  $-3$  si ottiene  $+9$ ; per calcolare la potenza della parte letterale si applica la proprietà relativa alla potenza di potenza e si ottiene:

$$+9(x^2)^2y^2(z^3)^2 = +9x^{2 \cdot 2}y^2z^{3 \cdot 2} = +9x^4y^2z^6.$$

**7** La potenza  $(-2x^4y^3z)^3$  vale:

- a  $-8x^7y^6z^3$
- b  $-8x^{12}y^9z^3$
- c  $+8x^4y^3z$

Elevando al cubo  $-2$  si ottiene  $-8$  perché una base negativa elevata ad esponente dispari dà un risultato negativo; per la parte letterale, applicando la proprietà relativa alla potenza di potenza si ottiene:

$$-8(x^4)^3(y^3)^3(z^1)^3 = -8x^{4 \cdot 3}y^{3 \cdot 3}z^{1 \cdot 3} = -8x^{12}y^9z^3.$$

**8** Il monomio  $x^3$  è maggiore di 0:

- a se  $x > 0$ .
- b se  $x < 0$ .
- c per qualunque valore assegnato alla  $x$ .

Un cubo è positivo se la base è positiva, è negativo se la base è negativa; la risposta corretta è quindi **a**.

**9** Il monomio  $x^3y^2$  è minore di 0:

- a per qualunque valore assegnato a  $x$  e  $y$ .
- b se  $x < 0$  e  $y \neq 0$ .
- c se  $x < 0$  e  $y < 0$ .

Essendo  $y^2$  sempre positivo (si annulla solo per  $y = 0$ ), il segno del monomio dipende dal segno di  $x$ ; siccome un cubo è negativo se la base è negativa la risposta corretta è **b**.

**10** Il monomio  $-a^2$  è maggiore di 0:

- a per nessun valore di  $a$ .
- b se  $a > 0$ .
- c se  $a < 0$ .

La parte letterale  $a^2$  è sempre positiva (o nulla per  $a = 0$ ); essendo preceduta dal segno meno, il monomio sarà sempre negativo o nullo. La risposta corretta è quindi **a**.

**11** Il monomio  $-a^3$  è maggiore di 0:

- a per qualunque valore assegnato ad  $a$ .
- b se  $a > 0$ .
- c se  $a < 0$ .

La parte letterale  $a^3$  è maggiore di 0 se  $a$  è maggiore di zero, quindi il suo opposto è positivo se  $a$  è minore di 0.

• Polinomi e prodotti notevoli

**12** Il prodotto  $(3a - 2b)(3a + 2b)$  vale:

- a**  $9a^2 + 4b^2$
- b**  $3a - 4b^2$
- c**  $9a^2 - 4b^2$

Riconosciamo che questo è un prodotto notevole (prodotto di una somma per una differenza). La regola dei prodotti notevoli prevede che il risultato sia dato dal quadrato del termine che mantiene il segno nei due binomi meno il quadrato del termine che nei due binomi cambia segno, quindi abbiamo:

$$(3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2.$$

**13** Il prodotto  $(-2x^2 - y^4)(-2x^2 + y^4)$  vale:

- a**  $4x^4 - y^4$
- b**  $4x^4 - y^8$
- c**  $-4x^4 - y^8$

Riconosciamo che questo è un prodotto notevole (prodotto di una somma per una differenza). La regola dei prodotti notevoli prevede che il risultato sia dato dal quadrato del termine che mantiene il segno nei due binomi meno il quadrato del termine che nei due binomi cambia segno, quindi abbiamo:

$$(-2x^2)^2 - (y^4)^2 = 4x^4 - y^8.$$

**14** Il prodotto  $(-2ab + 3a^2c)(-2ab - 3a^2c)$  vale:

- a**  $4a^2b^2 - 9a^4c^2$
- b**  $9a^4c^2 - 4a^2b^2$
- c**  $4a^2b^2 + 9a^4c^2$

Riconosciamo che questo è un prodotto notevole (prodotto di una somma per una differenza). La regola dei prodotti notevoli prevede che il risultato sia dato dal quadrato del termine che mantiene il segno nei due binomi meno il quadrato del termine che nei due binomi cambia segno, quindi abbiamo:

$$(-2ab)^2 - (3a^2c)^2 = 4a^2b^2 - 9a^4c^2.$$

**15** La potenza di binomio  $(-2a + 3b)^2$  vale:

- a**  $4a^2 + 9b^2 + 12ab$
- b**  $4a^2 + 9b^2 - 6ab$
- c**  $4a^2 + 9b^2 - 12ab$

La regola del quadrato di un binomio prevede che il risultato sia dato dalla somma dei quadrati dei due termini e del doppio prodotto dei due termini stessi, quindi abbiamo:

$$(-2a)^2 + (3b)^2 + 2(-2a)(3b) = 4a^2 + 9b^2 - 12ab.$$

**16** La potenza di binomio  $\left(\frac{1}{3}a^2 - \frac{3}{4}b^3\right)^2$  vale:

- a**  $\frac{1}{9}a^2 + \frac{9}{16}b^6 - \frac{1}{4}a^2b^3$
- b**  $\frac{1}{9}a^2 + \frac{9}{16}b^6 - \frac{1}{2}a^2b^3$
- c**  $\frac{1}{9}a^4 + \frac{9}{16}b^6 - \frac{1}{2}a^2b^3$

La regola del quadrato di un binomio prevede che il risultato sia dato dalla somma dei quadrati dei due termini e del doppio prodotto dei due termini stessi, quindi si ottiene:

$$\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}b^3\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}a^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}b^3\right) = \frac{1}{9}a^4 + \frac{9}{16}b^6 - \frac{1}{2}a^2b^3.$$

**17** Il prodotto  $(a^2 + b)(a^2 - b)$  per  $a = -1$  e  $b = -1$  vale:

- a** 2
- b** 0
- c** -2

$$\begin{aligned} & \text{Sostituiamo nell'espressione } (a^2 + b)(a^2 - b) \text{ i valori } a = -1 \text{ e } b = -1: \\ & = [(-1)^2 + (-1)] \cdot [(-1)^2 - (-1)] = \\ & = [+1 - 1] \cdot [+1 + 1] = \\ & = 0 \cdot 2 = 0 \end{aligned}$$

Il calcolo può essere svolto dapprima come calcolo letterale e con la sostituzione finale dei valori numerici assegnati:

$$\begin{aligned} & (a^2 + b)(a^2 - b) = (a^2)^2 - b^2 = a^4 - b^2 \\ & \text{Sostituiamo quindi nell'espressione } (a^4 - b^2) \text{ i valori } a = -1 \text{ e } b = -1: \\ & = [(-1)^4 - (-1)^2] = \\ & = [+1 - (+1)] = \\ & = [+1 - 1] = 0 \end{aligned}$$

**18** La potenza  $(a^3 - b^2)^2$  per  $a = -2$  e  $b = -1$  vale:

- a** -81
- b** +81
- c** 7

$$\begin{aligned} & \text{Eseguiamo il calcolo letterale e poi sostituiamo i valori assegnati} \\ & a = -2 \text{ e } b = -1: \\ & (a^3 - b^2)^2 = \\ & = a^6 + b^4 - 2a^3b^2 = \\ & = (-2)^6 + (-1)^4 - 2 \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^2 = \\ & = +64 + 1 - 2 \cdot (-8) \cdot (+1) = \\ & = +64 + 1 + 16 = +81 \end{aligned}$$

**19** Il risultato dell'espressione  $2a^2(-ab^2) + 7a(-4a^2b^2) - (+6b)(-5a^3b) - ab^2(-a^2)$  è:

- a**  $-a^3b^2$
- b**  $61a^3b^2$
- c**  $a^3b^2$

$$= -2a^3b^2 - 28a^3b^2 + 30a^3b^2 + a^3b^2 = a^3b^2$$

**20** Il risultato dell'espressione  $(-3xy)^4 - (-2x)^3 \cdot (-xy^4) - (-2xy)^6 : (+xy)^2 + (-2x^2y^2)^2$  è:

- a**  $12x^4y^4$
- b**  $13x^4y^4$
- c**  $29x^4y^4$

$$\begin{aligned} & = +81x^4y^4 - (-8x^3) \cdot (-xy^4) - (+64x^6y^6) : (+x^2y^2) + (+4x^4y^4) = \\ & = +81x^4y^4 - 8x^4y^4 - 64x^4y^4 + 4x^4y^4 = 13x^4y^4 \end{aligned}$$

**21** Il risultato dell'espressione  $[(-3x^2)^6 : (-3x^2)^4 + 6x^8y^4 : (-xy)^4] : (-3x)^2 - x^2$  è:

- a**  $\frac{2}{3}x^2$
- b**  $-\frac{8}{3}x^2$
- c**  $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} & = [(-3x^2)^2 + 6x^8y^4 : x^4y^4] : 9x^2 - x^2 = \\ & = [9x^4 + 6x^4] : 9x^2 - x^2 = \\ & = 15x^4 : 9x^2 - x^2 = \\ & = \frac{5}{3}x^2 - x^2 = \frac{2}{3}x^2 \end{aligned}$$

**22** Il risultato dell'espressione  $3x^2 \cdot (x + 5y) - 5xy \cdot (3x - 2y) - 2y \cdot (5xy - 3y^2) - 6y^3$  è:

- a**  $3x^3 + 30x^2y$
- b**  $3x^3$
- c**  $3x^3 - 12y^3$

$$= 3x^3 + 15x^2y - 15x^2y + 10xy^2 - 10xy^2 + 6y^3 - 6y^3 = 3x^3$$

**23** L'espressione  $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2}$  per  $x = 1$  e  $y = -1$  è:

- a** uguale a 2.
- b** uguale a 4.
- c** impossibile.

Sostituiamo a  $x$  e  $y$  i valori indicati:

$$\begin{aligned} &= \frac{1^2 - 2 \cdot 1 \cdot (-1) + (-1)^2}{1^3 + (-1)^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 \cdot (-1)^2} = \\ &= \frac{1 + 2 + 1}{1 - 1 - 3 + 3} = \frac{4}{0} \end{aligned}$$

L'espressione è impossibile perché è uguale a una frazione avente denominatore uguale a 0.

**24** Il risultato dell'espressione  $[(2a - 3b)^2 - (2a - b)(b + 2a)] : (-2b)$  è:

- a**  $6a + 5b$
- b**  $6a - 5b$
- c**  $6ab - 5b^2$

$$\begin{aligned} &= [4a^2 + 9b^2 - 12ab - (4a^2 - b^2)] : (-2b) = \\ &= [4a^2 + 9b^2 - 12ab - 4a^2 + b^2] : (-2b) = \\ &= [10b^2 - 12ab] : (-2b) = 6a - 5b \end{aligned}$$

**25** Il risultato dell'espressione  $6x(2x - 3y^2) - 9(y^2 - x)^2 + (3y^2 + x)(3y^2 - x)$  è:

- a**  $2x^2$
- b**  $x^{16} - 256y^8$
- c**  $2x^4 - 32y^4$

$$\begin{aligned} &= 12x^2 - 18xy^2 - 9(y^4 + x^2 - 2y^2x) + 9y^4 - x^2 = \\ &= 12x^2 - 18xy^2 - 9y^4 - 9x^2 + 18y^2x + 9y^4 - x^2 = 2x^2 \end{aligned}$$

**26** Il risultato dell'espressione  $\left(2x - \frac{1}{3}a^2\right)^2 - \left(2x - \frac{1}{3}a^2\right)\left(2x + \frac{1}{3}a^2\right) - \frac{2}{3}a^2\left(-2x + 1 + \frac{1}{3}a^2\right)$  è:

- a**  $+\frac{2}{3}a^2$
- b**  $-\frac{2}{3}a^2$
- c**  $+8x^2 - \frac{2}{3}a^2$

$$\begin{aligned} &= 4x^2 + \frac{1}{9}a^4 - \frac{4}{3}a^2x - \left(4x^2 - \frac{1}{9}a^4\right) + \frac{4}{3}a^2x - \frac{2}{3}a^2 - \frac{2}{9}a^4 = \\ &= 4x^2 + \frac{1}{9}a^4 - \frac{4}{3}a^2x - 4x^2 + \frac{1}{9}a^4 + \frac{4}{3}a^2x - \frac{2}{3}a^2 - \frac{2}{9}a^4 = -\frac{2}{3}a^2 \end{aligned}$$

**27** Il risultato dell'espressione  $3[(a - b - 2)(a + b) - (a + b + 3)(a - b) + 6b] + 15a$  è:

- a**  $21b$
- b**  $30a + 21b$
- c**  $-30a + 21b$

$$\begin{aligned} &= 3[a^2 + ab - ab - b^2 - 2a - 2b - (a^2 - ab + ab - b^2 + 3a - 3b) + 6b] + 15a = \\ &= 3[a^2 - b^2 - 2a - 2b - a^2 + b^2 - 3a + 3b + 6b] + 15a = \\ &= 3[-5a + 7b] + 15a = -15a + 21b + 15a = 21b \end{aligned}$$

**28** Il risultato numerico dell'espressione  $(2a - b)(2a + b) - (2a + b)^2 + (-b)^2$  per  $a = -\frac{1}{4}$  e  $b = -1$  diventa:

- a**  $+2$
- b**  $-2$
- c**  $0$

$$\begin{aligned} &= 4a^2 - b^2 - (4a^2 + b^2 + 4ab) + b^2 = \\ &= 4a^2 - b^2 - 4a^2 - b^2 - 4ab + b^2 = \\ &= -b^2 - 4ab \end{aligned}$$

Sostituiamo i valori  $a = -\frac{1}{4}$  e  $b = -1$ :

$$= -(-1)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-1) = -1 - 1 = -2$$

**29** Semplifica l'espressione  $a^2 - a(a + b)$  per  $a = 1 + 2x^2$  e  $b = -3x^2$ :

- a  $6x^4 - 3x^2$
- b  $6x^4 + 3x^2$
- c  $-6x^4 - 3x^2$

Per prima cosa semplifichiamo l'espressione data nelle variabili  $a$  e  $b$ :

$$= a^2 - a^2 - ab =$$

$$= -ab$$

Sostituiamo ad  $a$  e  $b$  le espressioni  $a = 1 + 2x^2$  e  $b = -3x^2$

$$= -(1 + 2x^2) \cdot (-3x^2) =$$

$$= -(-3x^2 - 6x^4) = 3x^2 + 6x^4$$

## • Equazioni

**30** L'equazione  $2x - \frac{1}{3}x + 7 = x$  è:

- a un'identità.
- b di primo grado.
- c frazionaria.

L'equazione data non è frazionaria perché l'incognita non compare al denominatore.

Riduciamo l'equazione a forma normale:

$$6x - x + 21 = 3x$$

$$6x - x - 3x = -21$$

$$2x = -21$$

L'equazione si presenta nella forma  $ax = b$  con  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$  quindi è un'equazione determinata, e quindi non è un'identità; l'incognita è di primo grado e quindi l'equazione stessa è di primo grado. La risposta corretta è quindi **b**.

**31** L'equazione  $3x - 8 = 0$  ha soluzione nell'insieme:

- a  $\mathbb{N}$
- b  $\mathbb{Q}$
- c  $\mathbb{Z}$

Risolviamo l'equazione:

$$3x - 8 = 0$$

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

La soluzione è una frazione e perciò appartiene all'insieme  $\mathbb{Q}$ .

**32** L'equazione  $0x = -7$  è:

- a indeterminata.
- b impossibile.
- c determinata.

Un'equazione del tipo  $ax = b$  con  $a = 0$  e  $b \neq 0$  è impossibile: ragionando sul significato della scrittura  $0x = -7$  possiamo dire che non esiste alcun numero  $x$  che moltiplicato per zero dia come prodotto  $-7$ , quindi l'equazione è impossibile.

**33** L'equazione  $-3x = 0$  ha soluzione:

- a  $-3$
- b  $+3$
- c  $0$

Risolviamo l'equazione:

$$-3x = 0$$

$$3x = 0$$

$$x = \frac{0}{3}$$

Una frazione con numeratore 0 vale zero, quindi la soluzione dell'equazione è  $x = 0$ .

**34** L'equazione  $2(x - 4) = 7(x + 1)$  ha per soluzione:

- a  $x = 1$
- b  $x = 3$
- c  $x = -3$

Svolgiamo i calcoli:

$$2x - 8 = 7x + 7$$

Applichiamo il primo principio di equivalenza e spostiamo (cambiando i segni) i termini contenenti l'incognita al primo membro e i termini noti al secondo:

$$2x - 7x = 7 + 8$$

$$-5x = 15$$

Applichiamo il secondo principio di equivalenza per cambiare i segni ad entrambi i membri e trovare il valore di  $x$ :

$$5x = -15$$

$$x = -\frac{15}{5}$$

$$x = -3$$

**35** L'equazione  $(k - 3)x = 9$  per  $k = 3$  diventa:

- a indeterminata.
- b impossibile.
- c determinata.

Sostituiamo a  $k$  il valore 3 e otteniamo:

$$(3 - 3)x = 9 \Rightarrow 0x = 9$$

Nessun valore moltiplicato per 0 può dare 9, perciò l'equazione è impossibile.

**36** L'equazione  $(k - 3)x = k^2 - 9$  per  $k = 3$  diventa:

- a indeterminata.
- b impossibile.
- c determinata.

Sostituiamo a  $k$  il valore 3 e otteniamo:

$$(3 - 3)x = 3^2 - 9 \Rightarrow 0x = 0$$

Qualunque valore, moltiplicato per 0, dà come risultato 0, perciò l'equazione è indeterminata.

**37** L'equazione  $(k - 3)x = k^2 - 9$  per  $k = -1$ :

- a ha soluzione  $x = 2$ .
- b ha soluzione  $x = -2$ .
- c è impossibile.

Sostituiamo a  $k$  il valore  $-1$  e otteniamo:

$$(-1 - 3)x = (-1)^2 - 9$$

$$-4x = 1 - 9$$

$$-4x = -8$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

**38** L'equazione  $3(2x - 1)^2 = 12x^2 - 12x + 3$  ha radice  $x = 2$ ?

- a No.
- b Non si può dire.
- c Sì.

Possiamo pervenire alla risposta in due modi:

1°: risolvendo l'equazione

2°: verificando l'equazione per il valore dato.

1° modo

$$3(2x - 1)^2 = 12x^2 - 12x + 3$$

$$3(4x^2 + 1 - 4x) = 12x^2 - 12x + 3$$

$$12x^2 + 3 - 12x = 12x^2 - 12x + 3$$

$$12x^2 - 12x - 12x^2 + 12x = +3 - 3$$

$0x = 0 \Rightarrow$  l'equazione è indeterminata, ammette quindi infinite soluzioni tra le quali c'è anche il valore dato  $x = 2$ .

2° modo

$$3(2 \cdot 2 - 1)^2 = 12(2)^2 - 12 \cdot 2 + 3$$

$$3(4 - 1)^2 = 12 \cdot 4 - 24 + 3$$

$$3 \cdot 3^2 = 48 - 24 + 3$$

$27 = 27 \Rightarrow$  l'uguaglianza è verificata, quindi  $x = 2$  è soluzione dell'equazione.

**39** Le due equazioni  $2(x - 3) = 4(1 - x)$  e  $2(3x - 7) = 3(1 - x) - 8x$ :

- a** sono equivalenti con soluzione  $x = 1$ .  
**b** sono equivalenti con soluzione  $x = -1$ .  
**c** non sono equivalenti.

Risolviamo la prima equazione:

$$2(x - 3) = 4(1 - 2x)$$

$$2x - 6 = 4 - 8x$$

$$2x + 8x = 4 + 6$$

$$10x = 10$$

$$x = 1$$

Risolviamo la seconda equazione:

$$2(3x - 7) = 3(1 - x) - 8x$$

$$6x - 14 = 3 - 3x - 8x$$

$$6x + 3x + 8x = 3 + 14$$

$$17x = 17$$

$$x = 1$$

Le due equazioni, avendo la stessa radice, sono equivalenti.

**40** L'equazione  $3(x - 2) = 2x + 7$  è:

- a** indeterminata.  
**b** impossibile.  
**c** determinata.

Risolviamo l'equazione:

$$3(x - 2) = 2x + 7$$

$$3x - 6 = 2x + 7$$

$$3x - 2x = 7 + 6$$

$$x = 13$$

Data l'equazione del tipo  $ax = b$ , essendo  $a = 1 \neq 0$  l'equazione è determinata.**41** L'equazione  $3 - (2 - x)(2 + x) = (x^2 + x + 1)(x - 1)$  è verificata dalla coppia di numeri:

- a**  $x = 2$   
 $x = 0$   
**b**  $x = 0$   
 $x = 1$   
**c**  $x = 1$   
 $x = 2$

Verifichiamo se le radici assegnate rendono il primo membro dell'equazione uguale al secondo.

- Sostituiamo nell'equazione il valore  $x = 0$ :

$$3 - (2 - 0)(2 + 0) = (0^2 + 0 + 1)(0 - 1)$$

$$3 - 2 \cdot 2 = 1 \cdot (-1)$$

$$3 - 4 = -1$$

$$-1 = -1 \Rightarrow x = 0 \text{ è soluzione dell'equazione.}$$

- Sostituiamo nell'equazione il valore  $x = 1$ :

$$3 - (2 - 1)(2 + 1) = (1^2 + 1 + 1)(1 - 1)$$

$$3 - 1 \cdot 3 = 3 \cdot 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$0 = 0 \Rightarrow x = +1 \text{ è soluzione dell'equazione.}$$

- Sostituendo invece  $x = 2$  otteniamo:

$$3 - (2 - 2)(2 + 2) = (2^2 + 1 + 1)(2 - 1)$$

$$3 - 0 \cdot 4 = 6 \cdot (-1)$$

$$3 \neq -6 \Rightarrow x = 2 \text{ non è soluzione dell'equazione.}$$

La risposta corretta è **b**.

Risolvi le seguenti equazioni.

**42**  $2(3x - 7) = 3(1 - x) - 8x$ 

Svolgiamo i calcoli:

$$6x - 14 = 3 - 3x - 8x$$

Applichiamo il primo principio:

$$6x + 3x + 8x = 3 + 14$$

$$17x = 17$$

$$x = 1$$



$$43 \quad \frac{x+2}{3} \left( x - \frac{1}{2} \right) = \frac{(x+3)(x-1)}{3}$$

Svolgiamo i calcoli:

$$\frac{x+2}{3} \left( \frac{2x-1}{2} \right) = \frac{(x+3)(x-1)}{3}$$

$$\frac{(x+2)(2x-1)}{6} = \frac{(x+3)(x-1)}{3}$$

$$\frac{2x^2 - x + 4x - 2}{6} = \frac{x^2 - x + 3x - 3}{3}$$

$$\frac{2x^2 + 3x - 2}{6} = \frac{x^2 + 2x - 3}{3}$$

$$\frac{2x^2 + 3x - 2}{6} = \frac{2(x^2 + 2x - 3)}{6}$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - 6$$

Semplifichiamo e applichiamo il primo principio:

$$3x - 4x = -6 + 2$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

$$44 \quad (x-3)(x+3) + 1 - 3x = (x-2)(x+2) + 4x - 5$$

Svolgiamo i calcoli:

$$x^2 - 9 + 1 - 3x = x^2 - 4 + 4x - 5$$

Semplifichiamo e applichiamo il primo principio:

$$-3x - 4x = -4 - 5 + 9 - 1$$

$$-7x = -1$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

45 La frase “il triplo di un numero diminuito dei suoi  $\frac{2}{7}$ ” si traduce in:

a  $3x - \frac{2}{7}$

b  $3x + \frac{2}{7}x$

c  $3x - \frac{2}{7}x$

Indicando con  $x$  il numero, il suo triplo è  $3x$  e i suoi due settimi corrispondono a  $\frac{2}{7}x$ ; dovendo sottrarre le due quantità otteniamo

$$3x - \frac{2}{7}x.$$

46 La frase “un numero sommato al suo doppio e al suo triplo dà 342” si traduce in:

a  $x + 2x + 3x = 342$

b  $x = 2x + 3x + 342$

c  $x + 2x + \frac{1}{3}x = 342$

Indicando con  $x$  il numero, il suo doppio è  $2x$  e il suo triplo è  $3x$ ; dovendo sommare le tre quantità otteniamo:  $x + 2x + 3x = 342$ .

**Risolvi i seguenti problemi.****47** La somma di un numero con il suo consecutivo è 39. Determina il numero.

Indicando con  $x$  il numero, il suo consecutivo è  $x + 1$ ; sapendo che la loro somma è 39, abbiamo:

$$x + x + 1 = 39$$

$$2x = 39 - 1$$

$$2x = 38$$

$$x = 19 \text{ che è il numero cercato.}$$

Verifichiamo il risultato ottenuto.

La somma del numero trovato 19 con il suo successivo 20 è:

$$19 + 20 = 39$$

**48** Due numeri sono uno i  $\frac{2}{3}$  dell'altro. Se la loro differenza è 15, quali sono i due numeri?

Indicando con  $x$  il numero maggiore, il minore è  $\frac{2}{3}x$ . La loro differenza è 15, perciò abbiamo:

$$x - \frac{2}{3}x = 15$$

$$\frac{3x - 2x}{3} = \frac{45}{3}$$

$$3x - 2x = 45$$

$$x = 45$$

45 è il numero maggiore e quindi il minore è  $\frac{2}{3} \cdot 45 = 30$ .

**49** In una cascina ci sono oche e conigli; si contano 98 teste e 270 zampe. Quale è il numero delle oche?

Il numero delle teste corrisponde al numero degli animali presenti in cascina. Indichiamo con  $x$  il numero delle oche, quindi il numero dei conigli è  $98 - x$ . Ogni oca ha 2 zampe, quindi il numero di zampe delle oche è  $2x$ ; ogni coniglio ha 4 zampe, quindi il numero delle zampe dei conigli è  $4(98 - x)$ .

L'equazione risolvente è data da:

$$\text{n}^\circ \text{ zampe di oca} + \text{n}^\circ \text{ zampe di coniglio} = \text{n}^\circ \text{ totale di zampe}$$

$$2x + 4(98 - x) = 270$$

$$2x + 392 - 4x = 270$$

$$2x - 4x = 270 - 392$$

$$-2x = -122$$

$$2x = 122$$

$$x = 61$$

61 è il numero delle oche.