Gli insiemi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$

Individua la risposta corretta.

1 **Un numero a è divisore secondo 4 di un numero b se:**

a $b = 4a$

b $a = 4b$

c $a = \frac{1}{4}b$

Traducendo il testo nella simbologia matematica si ha $b : a = 4$; applicando la proprietà fondamentale della divisione si ottiene $4 \cdot a = b$ che corrisponde alla risposta **a**.

2 **L'operazione $1 - \frac{5}{2}$ è:**

a impossibile.
b possibile in $\mathbb{Z}$.
c possibile in $\mathbb{R}$.

L'operazione è una differenza tra numeri razionali, e ammette come risultato $-\frac{3}{2}$, che è un numero razionale relativo. $\mathbb{Z}$ è l'insieme dei numeri relativi interi, a cui non appartiene il sottraendo; poiché $\mathbb{R}$ contiene anche tutti i numeri razionali relativi, la risposta corretta è **c**.

3 **Se osservo le frazioni $\frac{4}{3}$ e $\frac{4}{5}$:**

a posso scrivere $\frac{4}{3} > \frac{4}{5}$.

b posso scrivere $\frac{4}{3} < \frac{4}{5}$.

c non posso confrontarle.

Riduciamo le frazioni allo stesso denominatore e confrontiamo i numeratori:

m.c.m.$(3; 5) = 15 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{20}{15}$ e $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$, perciò

$\frac{20}{15} > \frac{12}{15}$ e quindi $\frac{4}{3} > \frac{4}{5}$.

La risposta corretta è **a**.

4 **Il numero $1,\overline{9}$ equivale a:**

a $\frac{18}{90}$

b 2

c $\frac{19}{8}$

Applicando la regola di trasformazione di un numero periodico nella corrispondente frazione generatrice si ottiene: $1,\overline{9} = \frac{19-1}{9} = \frac{18}{9} = 2$.

La risposta corretta è **b**. Questo è un risultato generale: ogni numero decimale periodico di periodo 9 è equivalente a un numero decimale limitato.

5 **Le frazioni $\frac{-3}{-5}$ e $\frac{18}{30}$:**

a sono equivalenti a $-\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{10}$.

b sono equivalenti a $\frac{6}{10}$ e $\frac{24}{40}$.

c non ammettono frazioni equivalenti.

Ricordiamo che due frazioni sono equivalenti quando moltiplicando o dividendo per uno stesso numero intero non nullo il numeratore e il denominatore di una si ottengono rispettivamente il numeratore e il denominatore dell'altra. Le due frazioni sono già equivalenti tra loro (basta moltiplicare per -6 i termini della prima frazione per ottenere la seconda); inoltre moltiplicando per -2 numeratore e denominatore della prima frazione si ottiene $\frac{6}{10}$ e moltiplicando per $\frac{4}{3}$ numeratore e denominatore della seconda frazione si ottiene $\frac{24}{10}$. La risposta corretta è **b**.

6 **Se $a = -3$ e $b = -5$, la scrittura $-|a| + |-b|$ vale:**

a 8
b -2
c $+2$

Ricordiamo che il modulo di un numero relativo è il numero stesso privato del suo segno. Essendo quindi $|-3| = 3$ e $|-(-5)| = |+5| = 5$ si ha: $-3 + 5 = 2$.
La risposta corretta è c.

7 **Se metto in ordine decrescente i numeri -1, 0, $+4$, $-1{,}2$, $-1{,}02$ e $+1$ ottengo:**

a $-1{,}2$; $-1{,}02$; -1; 0; $+1$; $+4$
b $+4$; $+1$; 0; -1; $-1{,}2$; $-1{,}02$
c $+4$; $+1$; 0; -1; $-1{,}02$; $-1{,}2$

Mettere in ordine decrescente significa iniziare dal numero più grande e terminare con il più piccolo; ricordando che i numeri positivi sono maggiori dei numeri negativi, che zero è maggiore di qualunque numero negativo e minore di qualunque numero positivo e ricordando infine che dati due numeri negativi è maggiore quello con il valore assoluto minore, si avrà:
$+4$; $+1$; 0; -1; $-1{,}02$; $-1{,}2$. La risposta corretta è c.

8 **Il doppio di $-\frac{3}{4}$ è:**

a $+\frac{3}{2}$
b $-\frac{6}{8}$
c $-\frac{3}{2}$

Calcolare il doppio di un numero significa moltiplicarlo per 2, quindi si ha:

$$-\frac{3}{4}\cdot 2 = -\frac{3}{2}.$$

9 **La metà di $-\frac{3}{4}$ è:**

a $-\frac{3}{8}$
b $-\frac{3}{2}$
c $+\frac{3}{8}$

Calcolare la metà di un numero significa dividerlo per 2, quindi si ha:

$$-\frac{3}{4} : 2 = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} = -\frac{3}{8}.$$

10 **Il quadrato di $-\frac{2}{3}$ è:**

a $-\frac{4}{9}$
b $+\frac{4}{3}$
c $+\frac{4}{9}$

Ricordando la regola dei segni di un prodotto abbiamo:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{4}{9}.$$

11 **Il cubo di $-\frac{2}{3}$ è:**

a $-\frac{8}{27}$
b $-\frac{8}{3}$
c $+\frac{8}{27}$

Ricordando la regola dei segni di un prodotto abbiamo:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}.$$

12 **Il risultato dell'operazione $\dfrac{\frac{0}{2}}{14}$ è:**

- **a** 0
- **b** $\dfrac{1}{7}$
- **c** 7

$$\frac{\frac{0}{2}}{14} = \frac{0}{2} : 14 = \frac{0}{2} \cdot \frac{1}{14} = \frac{0}{28} = 0$$

13 **Il numero $-\dfrac{4}{5}$ appartiene a:**

- **a** $\mathbb{N}$
- **b** $\mathbb{Z}$
- **c** $\mathbb{R}$

Si tratta di una frazione propria con il segno negativo, perciò appartiene all'insieme $\mathbb{R}$.

14 **Il m.c.m. di 6, 12, 18 è:**

- **a** 6
- **b** 36
- **c** 72

Applichiamo il metodo della scomposizione in fattori:
$6 = 2 \cdot 3$
$12 = 2^2 \cdot 3$
$18 = 2 \cdot 3^2$
Dovendo moltiplicare i fattori comuni e non comuni presi una sola volta con il massimo esponente si ottiene: $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$.

15 **Se x è un numero naturale maggiore di 1, il prodotto $x(x - 1)$:**

- **a** è pari.
- **b** è dispari.
- **c** può essere sia pari che dispari.

Se il numero x è pari, il numero $x - 1$ è dispari; se il numero x è dispari, il numero $x - 1$ è pari; il prodotto di un numero pari per un numero dispari è sempre pari, quindi la risposta corretta è **a**.

16 **Dati due numeri x e y con y multiplo di x, il loro m.c.m. è:**

- **a** x
- **b** y
- **c** $x \cdot y$

Poiché y è multiplo di x ed è anche multiplo di se stesso, è sicuramente il minimo comune multiplo dei due numeri, quindi la risposta corretta è **b**.

17 **Il numero 42 000 000 si può scrivere in notazione scientifica:**

- **a** $42 \cdot 10^5$
- **b** $4{,}2 \cdot 10^7$
- **c** $42 \cdot 10^{-6}$

Un numero scritto in notazione scientifica è espresso come prodotto di un numero compreso tra 1 e 10 per un'opportuna potenza di 10, quindi:
$42\,000\,000 = 4{,}2 \cdot 10\,000\,000 = 4{,}2 \cdot 10^7$

18 **La notazione $7{,}41 \cdot 10^{-5}$ rappresenta il numero:**

- **a** 0,00741
- **b** 0,0000741
- **c** 741 000

$$7{,}41 \cdot 10^{-5} = 7{,}41 \cdot \frac{1}{10^5} = 7{,}41 \cdot \frac{1}{100\,000} = 0{,}0000741$$

19 **Considera le potenze $\left(-\frac{3}{5}\right)^0$, $(+1)^6$, $(-1)^8$ e $(-1)^{-6}$:**

a hanno tutte come risultato 1.

b solo $(-1)^8$ e $(-1)^{-6}$ valgono 1.

c solo $\left(-\frac{3}{5}\right)^0$ vale 1.

- $\left(-\frac{3}{5}\right)^0 = 1$ perché qualunque base (diversa da 0) elevata a 0 dà come risultato 1;
- $(+1)^6 = 1$ perché una base positiva ha come potenza sempre un numero positivo e 1 elevato a qualunque esponente vale sempre 1;
- $(-1)^8 = 1$ perché una base negativa elevata ad esponente pari è sempre un numero positivo;
- $(-1)^{-6} = \frac{1}{(-1)^6} = \frac{1}{1} = 1.$

La risposta corretta è quindi **a**.

20 **La potenza $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ vale:**

a $\frac{9}{4}$

b $\frac{16}{9}$

c $-\frac{16}{9}$

Ricordiamo che una potenza con esponente negativo è uguale al reciproco della stessa potenza presa con esponente positivo o, il che è lo stesso, è uguale alla potenza con esponente positivo e con base uguale al reciproco della base data; quindi abbiamo:

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = +\frac{16}{9}$$

21 **Le potenze 2^{-2} e $(-2)^{-2}$:**

a hanno lo stesso risultato che è $\frac{1}{4}$.

b hanno lo stesso risultato che è 4.

c hanno risultati opposti cioè $\frac{1}{4}$ e $-\frac{1}{4}$.

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \qquad (-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$$

La risposta corretta è quindi **a**. In generale tutte le potenze con esponente pari, anche se negativo, hanno come risultato un numero positivo, indipendentemente dal segno della base.

22 **Considera le potenze $\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ e $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$:**

a hanno tutte lo stesso valore.

b hanno tutte risultati diversi.

c solo $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ e $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ hanno lo stesso risultato.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\,; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4\,; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{1}\right)^1 = 2$$

$\Rightarrow$ La risposta corretta è **b**.

23 **Le potenze $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$, $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ e $\left(\frac{2}{3}\right)^{0}$ ordinate in senso crescente diventano:**

a $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}, \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}, \left(\frac{2}{3}\right)^{0}$

b $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}, \left(\frac{2}{3}\right)^{0}, \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}, \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

c $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}, \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}, \left(\frac{2}{3}\right)^{0}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$ corrisponde a $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}$ mentre $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$ corrisponde a $\left(\frac{2}{3}\right)^{1}$; poiché la base $\frac{2}{3}$ è una frazione propria, le sue potenze decrescono al crescere dell'esponente, quindi $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{0} = 1$, che è maggiore di qualunque frazione propria;
$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1} = \frac{3}{2}$ che è una frazione impropria e perciò maggiore di 1; quindi la sequenza in ordine crescente sarà:
$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}, \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}, \left(\frac{2}{3}\right)^{0}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, ovvero **c**.

24 **L'espressione $\left(-\frac{1}{5}\right)^{2} \cdot \left(5^{-2}\right)^{-2} : \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} + 5$ vale:**

a 5^2

b 0

c 5

$$= \frac{1}{25} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-2} : (-5) + 5 =$$
$$= \frac{1}{25} \cdot (25)^{2} : (-5) + 5 =$$
$$= \frac{1}{25} \cdot 625 : (-5) + 5 =$$
$$= -5 + 5 = 0$$

25 **L'espressione $\frac{1}{4} \cdot \left[4^{3} : \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}\right] + 1$ vale:**

a 2

b $4^4 + 1$

c $\frac{1}{4} + 1$

$$= \frac{1}{4} \cdot [4^{3} : 4^{2}] + 1 =$$
$$= \frac{1}{4} \cdot 4 + 1 =$$
$$= 1 + 1 = 2$$

26 **Il risultato di $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}}$ è:**

a $\frac{16}{15}$

b $\frac{3}{5}$

c $\frac{15}{16}$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

27 **L'espressione** $1-\frac{2}{3}:\left(-\frac{4}{3}\right)^2$ **vale:**

a $\frac{3}{16}$

b $-\frac{3}{16}$

c $\frac{5}{8}$

$$=1-\frac{2}{3}:\frac{16}{9}=1-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{16}=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

28 **Considera i seguenti numeri:** $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$, $(-1)^9$, $(-3)^0$, $(+1)^4$. **Quali sono razionali negativi?**

a Tutti.

b Solo $(-1)^9$.

c Nessuno.

$\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ è positivo perché ha esponente pari; $(-1)^9$ è negativo perché ha base negativa ed esponente dispari; $(-3)^0$ è positivo perché qualunque base elevata a 0 è uguale a 1; $(+1)^4$ è positivo perché la base è positiva. La risposta corretta è quindi **b**.

29 **Il risultato dell'espressione** $\left\{\left[-\frac{3}{12}:\left(\frac{5}{9}-\frac{7}{18}\right)\right]:\left[-\frac{4}{441}:\left(-\frac{38}{49}+\frac{16}{21}\right)\right]^{-2}\right\}^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2$ **è:**

a 1

b $\frac{2}{3}$

c $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

$$=\left\{\left[-\frac{3}{12}:\left(\frac{3}{18}\right)\right]:\left[-\frac{4}{441}:\left(\frac{-114+112}{147}\right)\right]^{-2}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{\left[-\frac{3}{12}\cdot\left(\frac{6}{1}\right)\right]:\left[-\frac{4}{441}:\left(-\frac{2}{147}\right)\right]^{-2}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{3}{2}:\left[-\frac{4}{441}\cdot\left(-\frac{147}{2}\right)\right]^{-2}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{3}{2}:\left[\frac{2}{3}\right]^{-2}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{3}{2}:\left[\frac{3}{2}\right]^{2}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{3}{2}:\frac{9}{4}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{9}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{2}{3}\right\}^{-2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left\{-\frac{3}{2}\right\}^{2}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\frac{9}{4}\cdot\frac{4}{9}=1$$

30 **Il risultato dell'espressione** $\dfrac{\left[\left(1-\dfrac{2}{5}\right)^2:\left(1-\dfrac{4}{7}\right)^2:(-1)^3\right]-\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^2-\left(\dfrac{2}{5}\right)^2:\dfrac{4}{3}\right]}{\left\{\left[\left(1+\dfrac{3}{10}-\dfrac{3}{5}\right):\dfrac{49}{25}-\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2\right]\cdot\dfrac{70}{53}\right\}^2-\left(2+\dfrac{1}{2}\right)^2}$ **è:**

a 1
b -2
c impossibile

$$=\frac{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2:\left(\frac{3}{7}\right)^2:(-1)^3\right]-\left[\frac{4}{25}-\frac{4}{25}\cdot\frac{3}{4}\right]}{\left\{\left[\left(\frac{10+3-6}{10}\right)\cdot\frac{25}{49}-\frac{9}{4}\right]\cdot\frac{70}{53}\right\}^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=$$

$$=\frac{\left[\frac{9}{25}\cdot\frac{49}{9}\cdot(-1)\right]-\left[\frac{4}{25}-\frac{3}{25}\right]}{\left\{\left[\left(\frac{7}{10}\right)\cdot\frac{25}{49}-\frac{9}{4}\right]\cdot\frac{70}{53}\right\}^2-\frac{25}{4}}=$$

$$=\frac{-\frac{49}{25}-\frac{1}{25}}{\left\{\left[\frac{5}{14}-\frac{9}{4}\right]\cdot\frac{70}{53}\right\}^2-\frac{25}{4}}=$$

$$=\frac{-\frac{50}{25}}{\left\{\left[\frac{10-63}{28}\right]\cdot\frac{70}{53}\right\}^2-\frac{25}{4}}=$$

$$=\frac{-2}{\left\{\left[-\frac{53}{28}\right]\cdot\frac{70}{53}\right\}^2-\frac{25}{4}}=$$

$$=\frac{-2}{\left\{-\frac{5}{2}\right\}^2-\frac{25}{4}}=$$

$$=\frac{-2}{\frac{25}{4}-\frac{25}{4}}=$$

$=\dfrac{-2}{0}=$ una frazione con denominatore 0 è impossibile