Geometria analitica

- Il piano cartesiano
- Le funzioni retta, parabola, iperbole
- Le trasformazioni sul piano cartesiano

Il piano cartesiano

1 **Osserva le coordinate dei seguenti punti: A(–1, 0), B(–1, –5), C(–1, +4), D$\left(+1,+\frac{7}{3}\right)$, E(+1, –9).**
Che cosa puoi dedurre circa la loro collocazione sul piano cartesiano?

Il punto A(–1, 0) appartiene all'asse delle ascisse (più precisamente si trova sul semiasse negativo).

Il punto B(–1, –5) appartiene al 3° quadrante perché le coordinate sono entrambe negative.

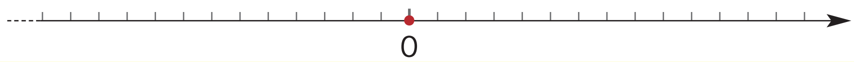
Il punto C(–1, +4) appartiene al 2° quadrante perché l'ascissa è negativa e l'ordinata è positiva.

Il punto D$\left(+1,+\frac{7}{3}\right)$ appartiene al 1° quadrante perché le coordinate sono entrambe positive.

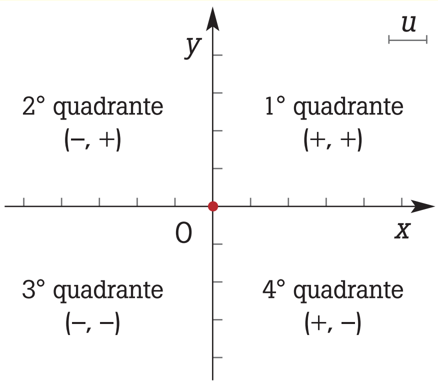
Il punto E(+1, –9) appartiene al 4° quadrante perché l'ascissa è positiva e l'ordinata è negativa.

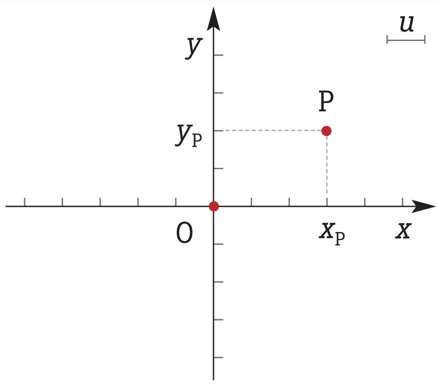
Briciole di teoria

- L'insieme dei numeri reali può essere rappresentato su una retta dopo aver scelto l'unità di misura e aver fissato l'origine O e il verso.



In tal modo è stata stabilita una corrispondenza biunivoca tra i numeri reali e i punti della retta orientata che si chiama **retta reale**. Prese due rette reali perpendicolari si ottiene un sistema di riferimento cartesiano ortogonale con asse orizzontale delle **ascisse *x*** e con asse verticale delle **ordinate *y***, che dividono il piano in quattro quadranti.





Ad ogni punto P del piano corrisponde una coppia ordinata di numeri reali (x, y); per indicare il punto P si scrive P(x, y) e si legge "P di coordinate x e y".

Calcola la distanza tra i punti delle seguenti coppie.

2 A(+8, –2) e B(+8, +15)

I due punti hanno la stessa ascissa:

$$AB = |y_1 - y_2| = |-2 - 15| = |-17| = 17.$$

Allo stesso risultato si perviene anche se si applica la formula generale della distanza fra due punti:

$$AB = \sqrt{(+8-8)^2+(-2-15)^2} = \sqrt{0^2+(-17)^2} = \sqrt{289} = 17$$

Briciole di teoria

- La **distanza** tra due punti A(x_1, y_1) e B(x_2, y_2) è data dalla formula:

$$AB = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

- Se i punti A e B hanno la stessa ascissa la formula è $AB = |y_1 - y_2|$.
- Se i punti A e B hanno la stessa ordinata la formula è $AB = |x_1 - x_2|$.

3 $A\left(+4,+\frac{1}{2}\right)$ e $B\left(0,+\frac{1}{2}\right)$

I due punti hanno la stessa ordinata: $AB = |x_1 - x_2| = |+4 - 0| = |+4| = 4$

4 $A(-14, +15)$ e $B(-2, -1)$

In questo caso i punti non hanno né la stessa ascissa né la stessa ordinata, quindi dobbiamo applicare la formula generale:

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(-14+2)^2 + (15+1)^2} =$$

$$= \sqrt{(-12)^2 + (+16)^2} = \sqrt{144+256} = \sqrt{400} = 20$$

Determina le coordinate del punto medio dei segmenti i cui estremi sono dati dalle seguenti coppie di punti.

5 $A(+5, +2)$ e $B(+9, +10)$

$$x_M = \frac{+5+9}{2} = \frac{+14}{2} = +7$$

$$y_M = \frac{+2+10}{2} = \frac{+12}{2} = +6$$

Il punto medio è $M(+7, +6)$.

Briciole di teoria

Le coordinate del **punto medio** M di un segmento di estremi $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ sono:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

6 $A(+1, 0)$ e $B(+5, 0)$

$$x_M = \frac{+1+5}{2} = \frac{+6}{2} = +3$$

$$y_M = \frac{0+0}{2} = 0$$

Il punto medio è $M(+3, 0)$.

7 $A\left(+\frac{1}{2},+2\right)$ e $B\left(+\frac{5}{2},+3\right)$

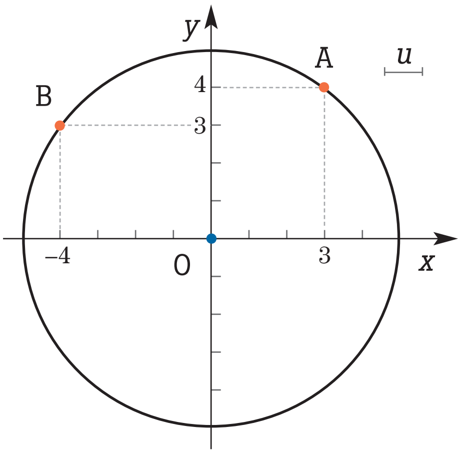
$$x_M = \frac{+\frac{1}{2}+\frac{5}{2}}{2} = \frac{+\frac{6}{2}}{2} = +\frac{3}{2}$$

$$y_M = \frac{+2+3}{2} = +\frac{5}{2}$$

Il punto medio è $M\left(+\frac{3}{2},+\frac{5}{2}\right)$.

Risolvi i seguenti problemi sul piano cartesiano.

8 Verifica che la circonferenza con centro nell'origine degli assi e raggio che misura 5 passa per i punti A(3, 4) e B(−4, 3).



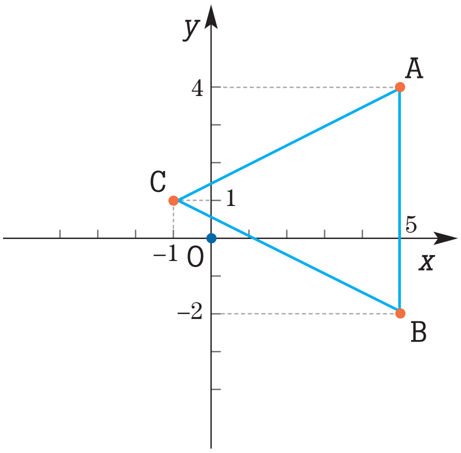
Se la circonferenza passa per A e per B, deve essere AO = BO = raggio = 5

$$AO = \sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$BO = \sqrt{(-4-0)^2+(3-0)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

Abbiamo verificato che i punti A e B appartengono alla circonferenza.

9 Determina se i punti A(+5, +4), B(+5, −2) e C(−1, +1) sono vertici di un triangolo isoscele.



Calcoliamo le distanze tra i punti A, B, C:

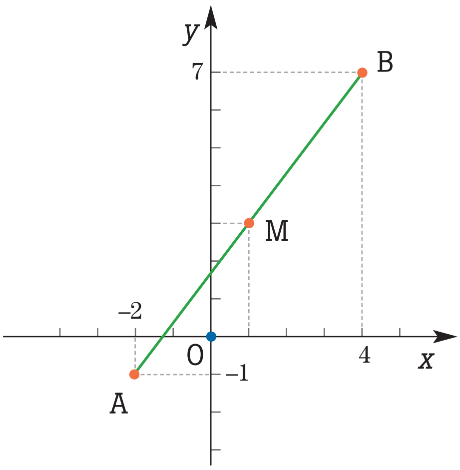
$$AB = \sqrt{(5-5)^2+(4+2)^2} = \sqrt{0+36} = \sqrt{36} = 6$$

$$BC = \sqrt{(5+1)^2+(-2-1)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} \cong 6{,}7$$

$$AC = \sqrt{(5+1)^2+(4-1)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} \cong 6{,}7$$

I lati BC e AC misurano entrambi $\sqrt{45} \cong 6{,}7$, quindi il triangolo ABC è isoscele.

10 Dati i punti A(−2, −1) e B(+4, +7), calcola la distanza dall'origine O del punto medio M del segmento AB.



Calcoliamo le coordinate del punto medio M:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = +1$$

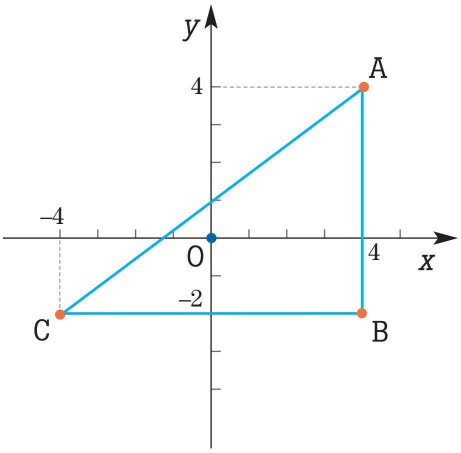
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+7}{2} = +3$$

Il punto medio è quindi M(+1 , +3).

Calcoliamo la distanza OM:

$$OM = \sqrt{(1-0)^2+(3-0)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \cong 3{,}16$$

11 Rappresenta sul piano cartesiano i punti A(+4, +4), B(+4, −2) e C(−4, −2). Calcola la lunghezza dei segmenti AB, BC e CA e verifica che ABC è un triangolo rettangolo.

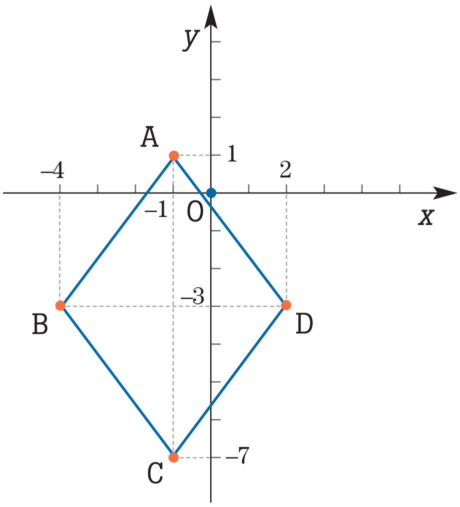


Calcoliamo la lunghezza dei tre lati del triangolo:

$$AB = |y_A - y_B| = |4+2| = 6$$
$$BC = |x_C - x_B| = |-4-4| = |-8| = 8$$
$$AC = \sqrt{(4+4)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

Verifichiamo che il triangolo ABC è rettangolo in B con il teorema di Pitagora, cioè: $AB^2 + CB^2 = AC^2$.
$6^2 + 8^2 = 10^2$
$36 + 64 = 100$
$100 = 100$

12 Dopo aver rappresentato sul piano cartesiano i punti A(−1, +1), B(−4, −3), C(−1, −7), D(+2, −3), stabilisci la natura del quadrilatero ABCD.



La diagonale BD è parallela all'asse delle ascisse, la diagonale AC è parallela all'asse delle ordinate, quindi le due diagonali sono perpendicolari.
Calcoliamo la lunghezza dei lati:

$$AB = \sqrt{(-1+4)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$
$$BC = \sqrt{(-4+1)^2 + (-3+7)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$
$$CD = \sqrt{(-1-2)^2 + (-7+3)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$
$$DA = \sqrt{(+2+1)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

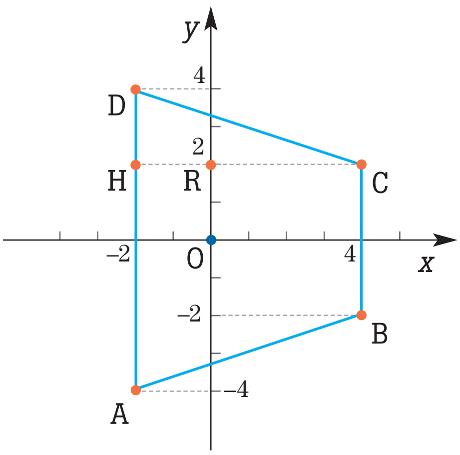
I quattro lati sono uguali, ABCD può essere un quadrato o un rombo.

Calcoliamo la lunghezza delle diagonali:

$$AC = |+1+7| = |+8| = 8 \qquad BD = |-4-2| = |-6| = 6$$

Il quadrilatero ABCD è un rombo perché le diagonali sono disuguali.

13 Dopo aver rappresentato sul piano cartesiano i punti A(−2, −4), B(+4, −2), C(+4, +2), D(−2, +4), verifica che il quadrilatero ABCD è un trapezio isoscele e calcola la sua area.



I punti C e B hanno la stessa ascissa, quindi appartengono alla retta di equazione $x = 4$ che è parallela all'asse delle ordinate.

I punti D e A hanno la stessa ascissa, quindi appartengono alla retta di equazione $x = -2$ che è parallela all'asse delle ordinate.

Segue che DA e BC sono tra loro paralleli, quindi il quadrilatero è un trapezio.

Calcoliamo la lunghezza dei lati obliqui:

$$AB = \sqrt{(-2-4)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$
$$DC = \sqrt{(4+2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

I due lati obliqui AB e DC sono congruenti, perciò il trapezio ABCD è isoscele.

Per calcolare l'area del trapezio dobbiamo trovare le misure delle basi e dell'altezza:

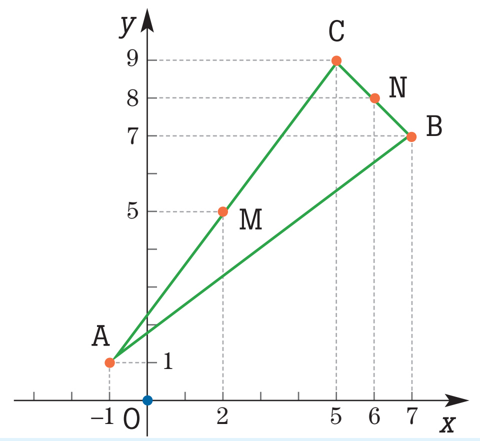
$$CB = |+2+2| = |+4| = 4$$
$$AD = |-4-4| = |-8| = 8$$

L'altezza del trapezio è CH, segmento che, essendo perpendicolare alle basi, è parallelo all'asse x. Il punto H ha coordinate $(-2, +2)$ e perciò

$$CH = |4+2| = |+6| = 6$$

$$\text{Area} = \frac{(AD+CB)\cdot CH}{2} = \frac{(8+4)\cdot 6}{2} = 12\cdot 3 = 36$$

14 Dopo aver rappresentato sul piano cartesiano i punti $A(-1, +1)$, $B(+7, +7)$, $C(+5, +9)$, calcola la lunghezza del segmento AB. Detti M ed N rispettivamente i punti medi dei segmenti AC e BC, verifica che il segmento MN è la metà del segmento AB.



Calcoliamo la lunghezza del segmento AB:

$$AB = \sqrt{(-1-7)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

Calcoliamo le coordinate del punto medio M del segmento AC:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1+5}{2} = +2$$
$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+9}{2} = +5$$

Il punto medio quindi è $M(+2, +5)$.

Calcoliamo le coordinate del punto medio N del segmento BC:

$$x_N = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{5+7}{2} = +6$$
$$y_N = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{9+7}{2} = +8$$

Il punto medio quindi è $N(+6, +8)$.

Calcoliamo la lunghezza del segmento MN:

$$MN = \sqrt{(2-6)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$MN = 5$; $AB = 10$ $\Rightarrow$ abbiamo verificato che $MN = \frac{1}{2}AB$.

Le funzioni retta, parabola, iperbole

15 **Stabilisci quali delle seguenti rette passano per l'origine O.**

a $y = -\frac{7}{6}x$

b $y = -\frac{1}{6}x$

c $y = \frac{3}{4}x - 1$

d $y = 2 - x$

e $y = \frac{3}{16}x$

a è una retta passante per l'origine perché non ha il termine noto.

b è una retta passante per l'origine perché non ha il termine noto.

c è una retta non passante per l'origine perché è presente il termine noto -1.

d è una retta non passante per l'origine perché è presente il termine noto 2.

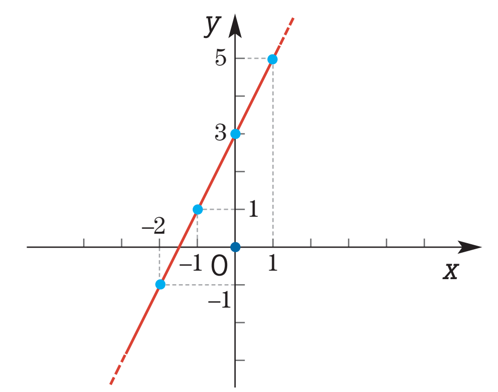
e è una retta passante per l'origine perché non ha il termine noto.

Briciole di teoria

- Una **retta** generica ha equazione $y = mx + q$, dove m è il **coefficiente angolare** ed il termine noto q è detto anche **ordinata all'origine**.
- Una **retta passante per l'origine** ha un'equazione del tipo $y = mx$.

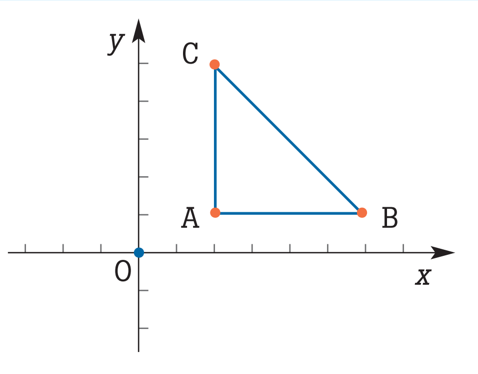
16 **Data la retta di equazione $y = 2x + 3$, trova alcuni suoi punti compilando un'opportuna tabella. Riporta i punti sul piano cartesiano e traccia la retta. Sono necessari molti punti per tracciare la retta? Quanti ne bastano? Perché?**

x	y
0	3
1	5
2	7
3	9
-1	$+1$
-2	-1



Non sono necessari molti punti per tracciare una retta; ne bastano due perché per due punti passa **una e una sola retta**.

17 **Rappresenta sul piano cartesiano i punti A(+2, +1), B(+6, +1), C(+2, +5) e determina le proprietà, il perimetro e l'area del triangolo ABC così ottenuto. Rappresenta poi sugli stessi assi cartesiani la retta r di equazione $x + y - 7 = 0$ e verifica che passa per B e per C.**



Il segmento AB appartiene alla retta di equazione $y = 1$, quindi è parallelo all'asse delle ascisse.
Il segmento AC appartiene alla retta di equazione $x = 2$, quindi è parallelo all'asse delle ordinate.
Ne segue che le rette di equazione $y = 1$ e $x = 2$ sono perpendicolari e il triangolo ABC è rettangolo in A.
Calcoliamo la lunghezza dei lati del triangolo:

$$AB = |x_B - x_A| = |6 - 2| = |4| = 4$$

$$AC = |y_C - y_A| = |5 - 1| = |4| = 4$$

Il triangolo è pertanto isoscele.

$$CB = \sqrt{(6-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} \cong 5,656$$

$$2p = 4 + 4 + 5,656 = 13,656 \qquad \text{Area} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$

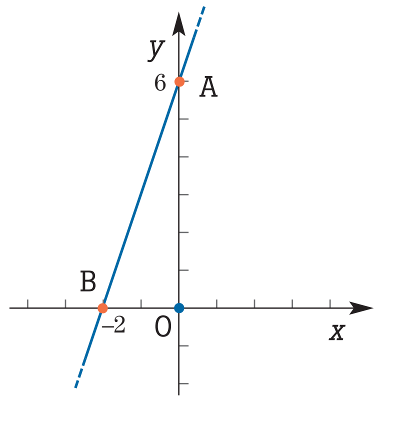
18 **Scrivi l'equazione della retta avente il coefficiente angolare uguale a $\frac{1}{2}$ e che interseca l'asse delle y nel punto (0, +3).**

Data l'equazione generale della retta, dobbiamo porre $m = \frac{1}{2}$, quindi otteniamo $y = \frac{1}{2}x + q$.

Quindi imponiamo che passi per il punto (0, +3): sostituendo le coordinate nell'equazione otteniamo $3 = \frac{1}{2} \cdot 0 + q \Rightarrow q = 3$; l'equazione cercata è quindi $y = \frac{1}{2}x + 3$.

19 **Disegna la retta di equazione $y = 3x + 6$ e determina le coordinate del suo punto A di intersezione con l'asse y e del suo punto B di intersezione con l'asse x.**

x	y
0	6
-1	3



Il punto A, intersezione della retta con l'asse y, ha l'ascissa nulla, ma poiché A appartiene anche alla retta data, sostituiamo nella sua equazione $x = 0$ e otteniamo $y = 6$, da cui abbiamo A(0, 6).
Il punto B, intersezione della retta con l'asse x, ha l'ordinata nulla, ma poiché B appartiene anche alla retta data, sostituiamo nella sua equazione $y = 0$ e otteniamo $0 = 3x + 6$, da cui $3x = -6$, cioè $x = -2$, quindi B(–2, 0).

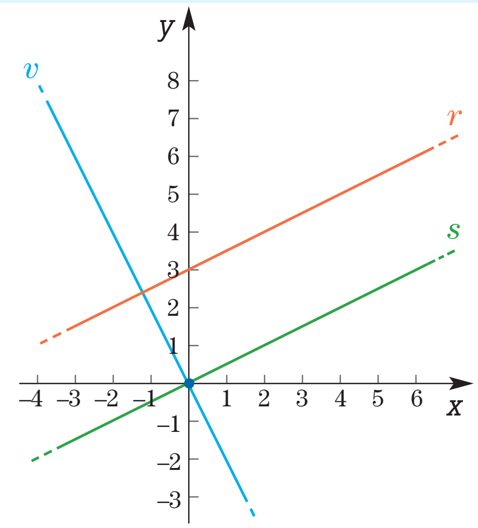
20 **Data la retta r di equazione $y = \frac{1}{2}x + 3$, scrivi:**

a l'equazione della retta s ad essa parallela e passante per l'origine degli assi;
b l'equazione della retta v ad essa perpendicolare e passante per l'origine degli assi.

Briciole di teoria

- Due **rette** sono **parallele** se hanno lo stesso coefficiente angolare: $m = m'$.
- Due **rette** sono **perpendicolari** se i coefficienti angolari sono uno il reciproco dell'opposto dell'altro: $mm' = -1$.

Nella retta data di equazione $y = \frac{1}{2}x + 3$ il coefficiente angolare è $m = \frac{1}{2}$.



a La retta s parallela alla retta data ha lo stesso coefficiente angolare $m' = m = \frac{1}{2}$ e, poiché deve passare per l'origine, ha equazione $y = \frac{1}{2}x$.

b La retta v perpendicolare alla retta data ha coefficiente angolare $m' = -\frac{1}{m} = -2$ e, poiché deve passare per l'origine, ha equazione $y = -2x$.

21 **Considerata la retta di equazione $y = \frac{1}{4}x + 1$, scrivi:**

a l'equazione di una retta ad essa parallela non passante per l'origine degli assi;
b l'equazione di una retta ad essa perpendicolare e non passante per l'origine degli assi.

La retta data ha coefficiente angolare $m = \frac{1}{4}$.

a Una retta parallela alla retta data e non passante per l'origine ha lo stesso coefficiente angolare $m' = m = \frac{1}{4}$ ed è del tipo $y = m'x + q$, con $q \neq 0$; ad esempio:
$y = \frac{1}{4}x - 8$.

Nota bene che le rette non passanti per l'origine e parallele alla retta data sono infinite, infatti q può assumere un valore qualsiasi diverso da 0.

b Una retta perpendicolare alla retta data ha coefficiente angolare $m' = -\frac{1}{m} = -4$, mentre q può assumere un valore qualsiasi diverso da 0; ad esempio:
$y = -4x + 5$.

22 **Traccia le due rette di equazione $y = -x + 1$ e $y = 2x + 4$ e determina le coordinate del loro punto di intersezione.**

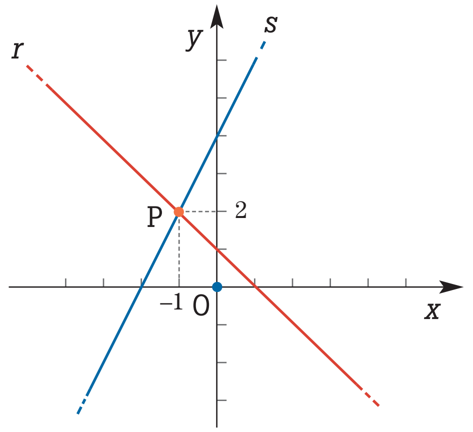
Leggiamo sul grafico le coordinate di P, cioè P$(-1, +2)$.
È possibile anche procedere nel seguente modo: le coordinate del punto di intersezione P devono soddisfare entrambe le equazioni delle rette:
$y = -x + 1$ e $y = 2x + 4$
Se i valori di y sono uguali possiamo scrivere:
$-x + 1 = 2x + 4$
Risolviamo questa equazione:
$-x - 2x = -1 + 4$
$-3x = 3$
$x = -1$
Sostituiamo il valore $x = -1$ in una delle due equazioni date e otteniamo:
$y = 2 \cdot (-1) + 4$
$y = -2 + 4$
$y = 2 \;\Rightarrow\;$ il punto è P$(-1, 2)$

r: $y = -x + 1$

x	y
0	1
1	0

s: $y = 2x + 4$

x	y
0	4
1	6

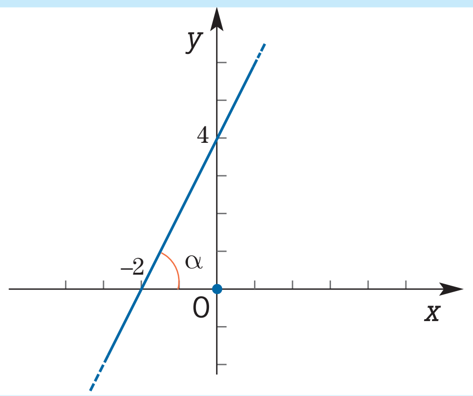


23 **Disegna la retta di equazione $y = 2x + 4$.**

a Quali sono le coordinate del suo punto A di intersezione con l'asse y?
b Quanto vale il coefficiente angolare della retta? È positivo o negativo?
c L'angolo che la retta forma con l'asse x è acuto o ottuso?
d Quanto vale l'ordinata all'origine di questa retta?

$y = 2x + 4$

x	y
0	4
–2	0



a Il punto di intersezione con l'asse y è A$(0 , 4)$.
b Il coefficiente angolare è $m = 2$, quindi è positivo.
c L'angolo α che la retta forma con l'asse delle x è acuto.
d L'ordinata all'origine è $q = +4$.

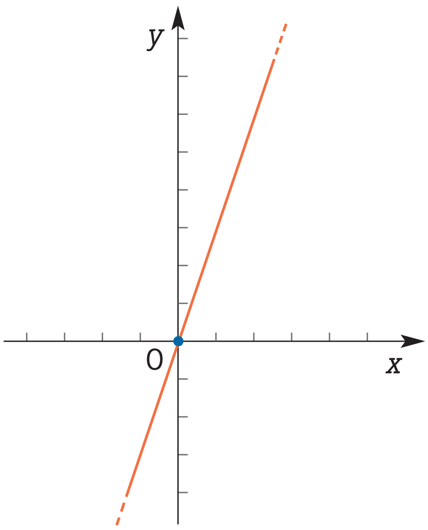
24 **Indica con y il volume di una piramide quadrangolare regolare avente l'area di base di 9 cm^2 e con x l'altezza. Rappresenta l'equazione che esprime y in funzione di x sul piano cartesiano.**

Volume $= y$
Altezza $= x$
Area di base $S_b = 9 \text{ cm}^2$
Il volume della piramide è dato dalla formula $V = \dfrac{S_b \cdot h}{3}$.
Sostituiamo i dati nella formula:

$$y = \frac{9x}{3} \quad \Rightarrow \quad y = 3x$$

La funzione che rappresenta il quesito è quindi $y = 3x$;
la rappresentiamo sul piano cartesiano.

x	y
0	0
1	3



25 **Indica con x e y le misure delle diagonali di un insieme di rombi aventi l'area di 18 cm^2. Scrivi l'equazione della funzione che lega y e x e rappresentala sul piano cartesiano; traccia inoltre la retta di equazione $y = x$ e determina graficamente le coordinate del punto di intersezione P dei due diagrammi.**

AC $= x$
BD $= y$
Area $= 18 \text{ cm}^2$

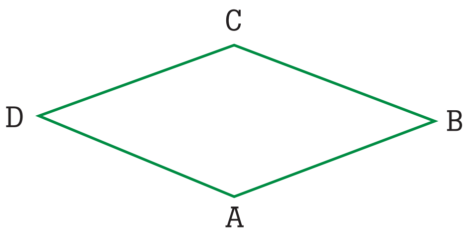
L'area A del rombo è data dalla formula:

$$\text{A} = \frac{\text{AC} \cdot \text{BD}}{2}$$

Sostituiamo i dati nella formula:

$18 = \dfrac{x \cdot y}{2}$ da cui ricaviamo $xy = 36$

ovvero $y = \dfrac{36}{x}$.



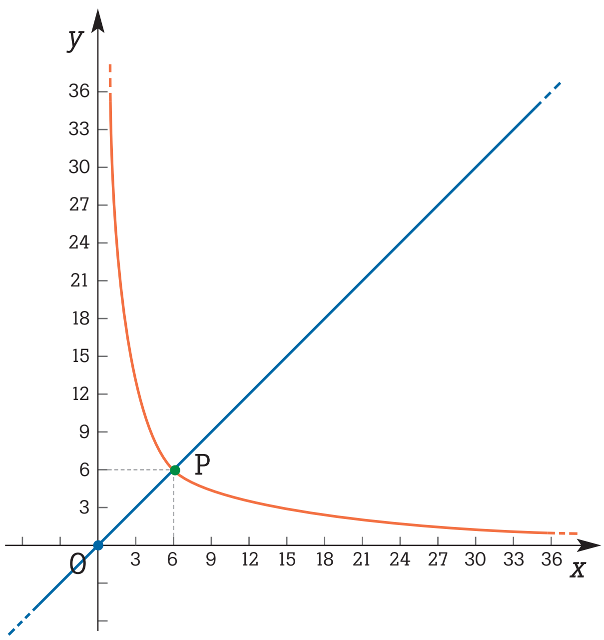
Rappresentiamo sul piano cartesiano le due funzioni:

$y = \dfrac{36}{x}$

x	y
1	36
2	18
3	12
4	9
6	6
9	4
12	3
18	2
36	1

$y = x$

x	y
1	1
2	2



Il punto di intersezione è P(6, 6).

• Le trasformazioni sul piano cartesiano

26 **Opera, sui punti dati, le seguenti trasformazioni, dopo aver individuato il loro nome.**

a P(0, 2) trasformazione $\begin{cases} x' = x \\ y' = y + 5 \end{cases}$

b B(−5, +1) trasformazione $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

c A(5, −1) trasformazione $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases}$

d R(2, −4) trasformazione $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

e S(−2, +7) trasformazione $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

f C(4, −3) trasformazione $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases}$

a La trasformazione richiesta è una traslazione di vettore $\vec{v}(0, +5)$:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 2 + 5 = 7 \end{cases}$$

Il trasformato del punto P(0, 2) è P'(0, 7).

b La trasformazione è una simmetria assiale rispetto all'asse delle y:

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = +5 \\ y' = -1 \end{cases}$$

Il trasformato del punto B(−5, +1) è B'(+5, +1).

c La trasformazione è una traslazione di vettore $\vec{v}(0, +3)$:

$$\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 5 - 1 = +4 \\ y' = -1 + 3 = +2 \end{cases}$$

Il trasformato del punto A(5, −1) è A'(+4, +2).

d La trasformazione è una simmetria assiale rispetto all'asse delle x:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = +4 \end{cases}$$

Il trasformato del punto R(+2, −4) è R'(+2, +4).

e La trasformazione è una simmetria centrale con centro di simmetria nell'origine degli assi cartesiani:

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = +2 \\ y' = -7 \end{cases}$$

Il trasformato del punto S(−2, +7) è S'(+2, −7).

f La trasformazione è una omotetia di centro O(0, 0) e rapporto $k = 2$:

$$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 2 \cdot (+4) = 8 \\ y' = 2 \cdot (-3) = -6 \end{cases}$$

Il trasformato del punto C(4, −3) è C'(8, −6).

27 **Scrivi le equazioni della traslazione che fa corrispondere i due punti P(+1, –2) e P'(+2, +3).**

Le equazioni generali di una traslazione sono $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$.

Sostituiamo al posto di x e y (x' e y') le coordinate dei punti P e P':

$$\begin{cases} 2 = 1 + a \\ 3 = -2 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$$

Le equazioni della traslazione sono quindi: $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 5 \end{cases}$.

28 **Scrivi le equazioni della simmetria assiale che fa corrispondere i due punti dati.**

a P(+3, –5) P'(+3, +5)
b A(+2, –8) A'(–2, –8)

a Dalle coordinate dei punti P e P' osserviamo che l'ascissa del punto trasformato è rimasta invariata, mentre l'ordinata ha cambiato segno, quindi si tratta di una simmetria rispetto all'asse x che ha equazioni $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$.

b Dalle coordinate dei punti A e A' osserviamo che l'ordinata del punto trasformato è rimasta invariata, mentre l'ascissa ha cambiato segno, quindi si tratta di una simmetria rispetto all'asse y che ha equazioni $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$.

29 **Scrivi le equazioni dell'omotetia di centro O (origine degli assi) che fa corrispondere i punti A(3, 1) e A'(–6, –2).**

Dalle coordinate di A e A' osserviamo che ascissa e ordinata del punto A' sono uguali al doppio, cambiato di segno, delle corrispondenti coordinate di A.

La trasformazione è quindi un'omotetia inversa di rapporto $k = -2$, che ha equazioni:

$$\begin{cases} x' = -2x \\ y' = -2y \end{cases}.$$

30 **Scrivi le equazioni dell'omotetia di centro O (origine degli assi) che fa corrispondere i punti R(–6, –8) e R'(+9, +12).**

La generica omotetia di centro O ha equazioni $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$.

Sostituiamo al posto di x e y (x' e y') le coordinate dei punti R e R': $\begin{cases} 9 = -6k \\ 12 = -8k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\dfrac{3}{2} \\ k = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Le equazioni cercate sono: $\begin{cases} x' = -\dfrac{3}{2}x \\ y' = -\dfrac{3}{2}y \end{cases}$.