Grandezze e funzioni

SEZ. 1

- Grandezze, funzioni empiriche e matematiche
- Grandezze direttamente e inversamente proporzionali
- Applicazioni della proporzionalità

Grandezze, funzioni empiriche e matematiche

1 **Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

a V F Una grandezza è variabile se assume valori diversi.
b V F Una grandezza è costante se non diminuisce.
c V F Una grandezza costante può dipendere da un'altra grandezza.
d V F Se i valori di una grandezza y dipendono dai valori assunti da un'altra grandezza x, si dice che x è funzione di y.

Briciole di teoria

- Una **grandezza** è tutto ciò che si può misurare.
- Una grandezza è **costante** se assume un valore fisso.
- Una grandezza è **variabile** se assume valori diversi.

a V È la definizione di grandezza variabile.
b F Se una grandezza è costante, cioè ha un valore fisso, non può né aumentare, né diminuire.
c F In generale si può considerare una grandezza variabile come dipendente da un'altra grandezza, non ha senso invece considerare una grandezza costante come dipendente.
d F Se x è la variabile indipendente e y è quella dipendente, si dice che y è funzione di x.

2 **Indica quali delle seguenti grandezze sono costanti C e quali variabili V.**

a C V Statura di un bambino.
b C V Costo di 1 litro di latte il 30 marzo al supermercato vicino a casa tua.
c C V Profondità di un lago misurata un dato giorno.
d C V Piovosità annua a Milano.
e C V Consumo di acqua di una famiglia.
f C V Circonferenza del pianeta Terra.
g C V Durata regolamentare di una partita di calcio.
h C V Produzione di grano per ettaro.

a V Un bambino, con il passare degli anni, cresce in altezza.
b C Nell'arco di una giornata il prezzo di un articolo merceologico non cambia.
c C Nell'arco di una giornata nessun fenomeno può determinare la variazione di profondità di un lago.
d V Le condizioni meteorologiche che portano alla piovosità di Milano (e di qualsiasi altra località) non si ripetono con periodo fisso, e quindi la piovosità varia di anno in anno, e varia in modo non calcolabile, si tratta infatti di una funzione empirica.
e V Il consumo di acqua di una famiglia dipende dalle diverse necessità dei suoi componenti, che non possono essere sempre le stesse.
f C Le dimensioni della Terra non variano.
g C Una partita di calcio dura, da regolamento, 90 minuti.
h V La produzione di grano per ettaro di terreno può variare a seconda, ad esempio, delle condizioni atmosferiche o della fertilità del terreno.

3 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

a V F Tutte le funzioni sono matematiche.
b V F In una funzione matematica ad ogni valore di x corrisponde un solo valore di y.
c V F In una funzione matematica il valore di x dipende dal valore attribuito alla variabile y.
d V F Una funzione matematica è espressa mediante una formula.

Briciole di teoria

- y è **funzione** di x se ad **ogni** valore di x (variabile indipendente) corrisponde **un solo** valore di y (variabile dipendente) e si scrive $y = f(x)$.
- Tutte le funzioni si possono rappresentare sul piano cartesiano.
- Una funzione è **matematica** se la relazione che lega le due variabili è espressa con una formula.
- In una funzione **empirica** la relazione che lega le due grandezze è espressa da coppie di valori rilevati.

a F Ad esempio la temperatura ad una certa ora non può essere calcolata con una formula.
b V Questa è la definizione generale di funzione, matematica o empirica.
c F In generale con x si indica la variabile indipendente.
d V In una funzione matematica i valori della y si calcolano da quelli della x mediante una formula matematica contenente le diverse operazioni a te note.

4 Quali tra le seguenti funzioni sono matematiche M e quali empiriche E?

a M E Temperatura di una certa località in funzione dell'ora di rilevazione.
b M E Peso di una persona in funzione della sua età.
c M E Litri di benzina consumati in funzione dello spazio percorso a velocità costante.
d M E Area di un quadrato in funzione della misura del suo lato.
e M E Numero dei nati in un paese in funzione del giorno dell'anno.
f M E Quantità di uva prodotta in Veneto al variare dell'anno considerato.
g M E Spesa per il riscaldamento di un alloggio al variare del giorno dell'anno.
h M E Costo di un pezzo di stoffa al variare della sua lunghezza.
i M E Numero di lattine di bibita vendute in un bar e relativo incasso.

a E Non esiste una formula per calcolare la temperatura ad una determinata ora del giorno.
b E Il peso di una persona dipende sì dalla sua età, ma non esiste formula che leghi il peso all'età.
c M Se ad esempio per percorrere 1 km sono necessari 0,07 litri di carburante, possiamo calcolare quanti litri sono necessari per percorrere 150 km moltiplicando 150 per 0,07; in questo caso benzina = 0,07 · spazio percorso.
d M Per calcolare l'area di un quadrato basta applicare la formula Area = lato^2.
e E Non esiste alcuna formula che, dato il giorno dell'anno, permetta di calcolare il numero dei nati.
f E Non esiste alcuna formula che permetta di calcolare la produzione di uva, che varia di anno in anno in relazione alle condizioni atmosferiche, alla fertilità del terreno, ecc.
g E La spesa per il riscaldamento dipende dal giorno, ma non è calcolabile con una formula.
h M È sufficiente moltiplicare il costo di un metro di stoffa per il numero di metri e si ricava il costo totale.
i M È sufficiente moltiplicare il costo di una lattina per il numero di lattine e si ricava l'incasso totale.

Grandezze direttamente e inversamente proporzionali

5 **Stabilisci quali delle seguenti coppie di grandezze sono direttamente proporzionali e quali no.**

a sì no Numero di ore lavorative e salario di un operaio.
b sì no Lunghezza di un fosso e spesa per l'esecuzione dello scavo.
c sì no Superficie di un campo e quantità di raccolto.
d sì no Numero di bottiglie necessarie per travasare 50 l di vino e loro capacità.
e sì no Lunghezza del lato di un quadrato e area dello stesso.
f sì no Misura della base di un parallelogramma alto 5 cm e sua area.

Briciole di teoria

- Due grandezze variabili x e y tra loro dipendenti si dicono **direttamente proporzionali** se, al raddoppiare, triplicare (dimezzare, diventare la terza parte) … della variabile indipendente x, anche la variabile dipendente y raddoppia, triplica (dimezza, diventa la terza parte) …
- La legge che esprime la **proporzionalità diretta** è:

$$y = kx, \text{ oppure } \frac{y}{x} = k$$

dove k è detto coefficiente di proporzionalità diretta.
- Il **grafico** della proporzionalità diretta è una **semiretta** la cui origine coincide con l'origine degli assi cartesiani.

a sì Raddoppiando il numero di ore di lavoro, raddoppia anche il salario.
b sì Raddoppiando, ad esempio, la lunghezza del fosso, raddoppia anche la spesa necessaria per scavarlo.
c sì Raddoppiando la superficie, raddoppia anche il raccolto.
d no Aumentando la capacità di ciascuna bottiglia il loro numero diminuisce.
e no Ad esempio un quadrato di lato 3 ha area uguale a 9, ma se si raddoppia il lato, che quindi diventa 6, l'area diventa 36 che non è il doppio di 9.
f sì Raddoppiando la lunghezza della base, raddoppia anche l'area.

6 **Data la funzione $y = \frac{5}{3}x$ stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

a V F La funzione è una legge di proporzionale diretta.
b V F Il coefficiente di proporzionalità è $\frac{5}{3}$.
c V F Se $x = 0$ allora $y = 0$.
d V F Se x raddoppia, anche y raddoppia.
e V F Se $x = 3$ allora $y = \frac{5}{9}$.
f V F La funzione è matematica.

a V La funzione è del tipo $y = kx$.
b V Il coefficiente di proporzionalità diretta è $k = \frac{5}{3}$.
c V Sostituendo alla x il valore 0, y assume valore 0.
d V Ad esempio se $x = 3$ si ottiene $y = 5$, e se raddoppiamo x ($x = 6$) si ottiene $y = 10$ che è il doppio di 5.
e F Sostituendo alla x il valore 3, y assume valore 5 e non $\frac{5}{9}$.
f V La funzione è espressa mediante una formula.

7 **Osserva la tabella e completa.**

x	5	6	7	8	9	10
y	20	24	28			

a x e y sono grandezze ....
b Il coefficiente di proporzionalità è ....
c Per calcolare i valori di y corrispondenti ai valori 8, 9, 10 di x, si deve .... ognuno di essi.

Le grandezze x e y sono direttamente proporzionali; il coefficiente di proporzionalità è 4 perché i valori di y si ottengono moltiplicando per 4 i corrispondenti valori di x e così a $x = 8$ corrisponde $y = 32$, a $x = 9$ corrisponde $y = 36$ e a $x = 10$ corrisponde $y = 40$.

8 **Stabilisci quali delle seguenti coppie di grandezze sono inversamente proporzionali e quali no.**

a sì no Numero di operai che eseguono un lavoro e tempo impiegato per la sua esecuzione.
b sì no Portata d'acqua di un condotto e tempo impiegato a riempire una cisterna.
c sì no Perimetro di un quadrato e misura del suo lato.
d sì no Superficie di una piastrella e numero di piastrelle necessarie per pavimentare una stanza.
e sì no Altezza di una torre e lunghezza della sua ombra.

Briciole di teoria

- Due grandezze variabili x e y tra loro dipendenti si dicono **inversamente proporzionali** se, al raddoppiare, triplicare (dimezzare, diventare la terza parte)… della variabile indipendente x, la variabile dipendente y dimezza, diventa la terza parte (raddoppia, triplica)…
- La legge che esprime la **proporzionalità inversa** è: $xy = k$, oppure $y = \frac{k}{x}$, dove k è detto coefficiente di proporzionalità inversa.
- Il **grafico** della proporzionalità inversa è un ramo di curva che si chiama **iperbole equilatera**.

a sì Al raddoppiare del numero di operai, si dimezza il tempo di esecuzione.
b sì Al raddoppiare della portata, si dimezza il tempo necessario per riempire la cisterna.
c no Al raddoppiare della misura del lato di un quadrato, il suo perimetro raddoppia e non dimezza.
d sì Al raddoppiare della superficie di una piastrella, dimezza il numero di piastrelle.
e no Al raddoppiare dell'altezza della torre, la sua ombra raddoppia e non dimezza.

9 **Osserva la tabella e completa.**

x	2	3	4	6	8
y	12	8	6	4	3

a Qual è il valore del prodotto $2 \cdot 12$? Quale di $4 \cdot 6$? Quale di $8 \cdot 3$? ....
b Il prodotto di un valore di x e del corrispondente valore di y è costante? ....
c Le due grandezze sono inversamente proporzionali? ....
d La legge matematica è ....

Tutti i prodotti richiesti danno come risultato 24, quindi si può affermare che il prodotto di qualunque valore di x per il corrispondente valore di y è costante; le due grandezze sono inversamente proporzionali e la legge matematica è $y = \frac{24}{x}$.

10 **Data la funzione $y = \frac{20}{x}$, stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

a V F La funzione è una legge di proporzionalità diretta.
b V F Il coefficiente di proporzionalità è 20.
c V F Se $x = 1$ allora $y = 20$.
d V F Se x raddoppia allora anche y raddoppia.
e V F La funzione in alcuni casi è empirica.
f V F Se $x = 0$ allora $y = 0$.

a F Non è del tipo $y = kx$, ma del tipo $xy = k$.
b V Il coefficiente di proporzionalità inversa è $k = 20$.
c V Sostituendo alla x il valore 1, y assume il valore $y = \frac{20}{1} = 20$.
d F Ad esempio se $x = 10$ si ottiene $y = 2$, ma se x raddoppia ($x = 20$) si ottiene $y = 1$ che non è il doppio di 2.
e F La funzione è definita mediante una formula, quindi è matematica.
f F Sostituendo alla x il valore 0, y assumerebbe il valore $y = \frac{20}{0}$, che è impossibile: $x = 0$ non appartiene al dominio della funzione.

11 **Osserva la tabella e completa.**

x	2	4	6	12	16	48
y	24	12	8			

a x e y sono due grandezze ....

b Il coefficiente di proporzionalità è ....

c Per calcolare i valori di y corrispondenti rispettivamente ai valori 12, 16, 48 di x si deve .... per ognuno di essi.

Le due grandezze sono inversamente proporzionali perché il prodotto xy è costante e vale 48, che è il coefficiente di proporzionalità. Per calcolare i valori di y corrispondenti ai valori 12, 16, 48 di x si deve dividere 48 per ognuno di essi e si ottiene rispettivamente 4, 3, 1.

12 **Completa la seguente tabella relativa a una funzione di proporzionalità diretta; esprimi *y* in funzione di *x*.**

x	7	12		28	
y	42		840		252

Dai valori $x = 7$ e $y = 42$ ricaviamo $k = \frac{42}{7} = 6$, quindi $y = 6x$:

$x = 12 \Rightarrow y = 6 \cdot 12 = 72$

$y = 840 \Rightarrow x = 840 : 6 = 140$

$x = 28 \Rightarrow y = 6 \cdot 28 = 168$

$y = 252 \Rightarrow x = 252 : 6 = 42$

13 **Completa la seguente tabella relativa a una funzione di proporzionalità inversa; esprimi *y* in funzione di *x*.**

x	3	6		36	
y	48		12		1

Dai valori $x = 3$ e $y = 48$ ricaviamo $k = 48 \cdot 3 = 144$, quindi $xy = 144$:

$x = 6 \Rightarrow y = 144 : 6 = 24$

$y = 12 \Rightarrow x = 144 : 12 = 12$

$x = 36 \Rightarrow y = 144 : 36 = 4$

$y = 1 \Rightarrow x = 144 : 1 = 144$

14 **Esprimi le seguenti proposizioni mediante una funzione.**

a Il coefficiente di proporzionalità inversa tra due grandezze variabili x ed y è 50.

b Il prodotto dei valori corrispondenti di due grandezze variabili x ed y è costante e uguale a 260.

c Il prodotto dei valori corrispondenti di due grandezze variabili x ed y è costante e uguale a 8.

d Il rapporto tra i valori corrispondenti di due grandezze variabili x ed y è costante e uguale a 9.

e Il rapporto tra i valori corrispondenti di due grandezze variabili x ed y è costante e uguale a $\frac{9}{10}$.

f x e y sono direttamente proporzionali e a $x = 5$ corrisponde $y = 25$.

g x e y sono direttamente proporzionali e a $x = 18$ corrisponde $y = 3$.

a $k = 50 \Rightarrow xy = 50 \Rightarrow y = \frac{50}{x}$

b $xy = 260 \Rightarrow k = 260 \Rightarrow y = \frac{260}{x}$

c $xy = 8 \Rightarrow k = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{x}$

d $\frac{x}{y} = 9 \Rightarrow k = \frac{1}{9} \Rightarrow y = \frac{1}{9}x$

e $\frac{x}{y} = \frac{9}{10} \Rightarrow k = \frac{10}{9} \Rightarrow y = \frac{10}{9}x$

f $y = kx \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow y = 5x$

g $y = kx \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{6}x$

15 **Dopo aver stabilito se le seguenti coppie di grandezze sono direttamente o inversamente proporzionali, scrivi la relativa funzione matematica.**

a x = ore di viaggio a velocità costante;
y = spazio percorso (in km);
spazio percorso in 2 ore = 220 km

b x = misura della base di un rettangolo (in cm);
y = misura dell'altezza di un rettangolo (in cm);
area del rettangolo = 40 cm^2

c x = velocità media di un veicolo (km/h);
y = tempo impiegato (ore);
lunghezza del percorso = 300 km.

a Se la velocità è costante lo spazio percorso è direttamente proporzionale al tempo. La funzione è del tipo $y = kx$.
Se in 2 ore lo spazio percorso è di 220 km, allora la velocità è di 110 km/h; quindi la funzione è $y = 110x$.

b Le misure della base e dell'altezza di un rettangolo di area fissata sono grandezze inversamente proporzionali, quindi la funzione è del tipo $y = \frac{k}{x}$.
Se l'area è uguale a 40 cm^2, abbiamo $xy = 40$, da cui ricaviamo $y = \frac{40}{x}$.

c Il tempo e la velocità sono grandezze inversamente proporzionali, infatti aumentando la velocità diminuisce il tempo necessario per percorrere un certo spazio e, viceversa, diminuendo la velocità il tempo aumenta.
Quindi la funzione è del tipo $y = \frac{k}{x}$.
Nel nostro quesito k = 300 km, cioè lo spazio da percorrere. La funzione cercata è $y = \frac{300}{x}$.

Applicazioni della proporzionalità

Briciole di teoria

I **problemi del 3 semplice** possono essere **diretti** o **inversi** a seconda che le grandezze siano direttamente o inversamente proporzionali.
Per risolvere problemi di questo tipo è utile procedere secondo il seguente schema.

- Si sistemano i dati e l'incognita in una tabella: in ogni colonna i diversi valori di una stessa grandezza, in ogni riga i valori corrispondenti delle due grandezze.
- Si stabilisce se le due grandezze sono direttamente o inversamente proporzionali.
- Si tracciano, nella tabella, due frecce nello stesso verso se le due grandezze sono direttamente proporzionali, oppure con verso opposto se sono inversamente proporzionali.
- Si scrive la proporzione risolutiva seguendo il verso delle frecce.
- Si risolve la proporzione per calcolare il valore dell'incognita.

$$\begin{array}{cc} a & b \\ \downarrow & \downarrow \\ c & x \end{array} \qquad a : c = b : x \quad \Rightarrow \text{diretto}$$

$$\begin{array}{cc} a & b \\ \downarrow & \uparrow \\ c & x \end{array} \qquad a : c = x : b \quad \Rightarrow \text{inverso}$$

Risolvi i seguenti problemi del 3 semplice.

16 In una macchina una ruota dotata di 105 denti compie 40 giri al minuto e aziona a sua volta un'altra ruota che, nella stessa unità di tempo, compie 28 giri. Quanti denti ha la seconda ruota?

Impostiamo lo schema con i dati del quesito; le grandezze sono inversamente proporzionali, quindi abbiamo:

N. DENTI	N. GIRI
105 ↓	40 ↑
x	28

$105 : x = 28 : 40$

$$x = \frac{105 \cdot 40}{28} = 150$$

I denti della seconda ruota sono 150.

17 Con l'olio contenuto in una damigiana si sono riempiti 15 fiaschi della capacità di 1,6 l. Quante bottiglie della capacità di 75 cl si sarebbero dovute usare per la stessa quantità di olio?

Le grandezze devono essere espresse nella stessa unità di misura, quindi eseguiamo l'equivalenza 75 cl = 0,75 l.
Impostiamo lo schema con i dati del quesito; le grandezze sono inversamente proporzionali (infatti più è grande il recipiente, minore è il numero dei recipienti necessari), quindi abbiamo:

N. RECIPIENTI	CAPACITÀ (l)
15 ↓	1,6 ↑
x	0,75

$15 : x = 0{,}75 : 1{,}6$

$$x = \frac{15 \cdot 1{,}6}{0{,}75} \Rightarrow x = \frac{15 \cdot \frac{16}{10}}{\frac{75}{100}} = 15 \cdot \frac{16}{10} \cdot \frac{100}{75} = 32$$

Le bottiglie necessarie sono 32.

18 Un'automobile consuma 4,2 litri di benzina per percorrere 35 km. Quanti litri ne occorrono per un viaggio di 250 chilometri alla stessa velocità?

Impostiamo lo schema con i dati del quesito; le grandezze sono direttamente proporzionali (più è grande la distanza da percorrere, maggiore è il carburante necessario), quindi abbiamo:

QUANTITÀ DI BENZINA (l)	SPAZIO PERCORSO (km)
4,2 ↓	35 ↓
x	250

$4{,}2 : x = 35 : 250$

$$x = \frac{4{,}2 \cdot 250}{35} \Rightarrow x = \frac{\frac{42}{10} \cdot 250}{35} = \frac{42}{10} \cdot 250 \cdot \frac{1}{35} = 30$$

I litri necessari sono 30.

19 Supponendo che a 22 pagine di un manoscritto ne corrispondano 16 stampate, calcola quante pagine si ottengono da un manoscritto di 352 pagine.

Impostiamo lo schema con i dati del quesito; possiamo supporre che le grandezze siano direttamente proporzionali, quindi abbiamo:

PAGINE MANOSCRITTE	PAGINE STAMPATE
22 ↓	16 ↓
352	x

$22 : 352 = 16 : x$

$$x = \frac{16 \cdot 352}{22} = 256$$

Le pagine stampate saranno 256.

Risolvi i seguenti problemi sulla percentuale.

20 Il peso lordo di una merce è di 85 kg. Se la tara corrisponde al 4% del peso lordo, qual è il peso netto della merce?

PESO LORDO	TARA
85 ↓	x ↓
100	4

$85 : 100 = x : 4$

$$x = \frac{85 \cdot 4}{100} = 3{,}4$$

La tara è di 3,4 kg, quindi:
peso netto = peso lordo – tara
$(85 - 3{,}4) = 81{,}6$ kg $\Rightarrow$ peso netto

Briciole di teoria

Il calcolo della **percentuale** si effettua come un problema del 3 semplice diretto. Infatti 3% significa 3 parti su un totale di 100 considerate; se il totale raddoppia, anche le parti raddoppiano, quindi siamo di fronte ad una proporzionalità diretta.

21 Un oggetto di peltro del peso di 750 g è formato da una lega di stagno e ottone. Se il peso dello stagno è di 150 g, qual è la percentuale di ottone contenuta in quella lega?

PRIMO MODO

PESO TOTALE	PESO STAGNO
750 ↓	150 ↓
100	x

$750 : 100 = 150 : x$

$$x = \frac{100 \cdot 150}{750} = 20$$

Se lo stagno è il 20% della lega, la percentuale di ottone è 100% – 20% = 80%.

SECONDO MODO

Poiché il peso dello stagno è di 150 g, l'oggetto contiene 750 – 150 = 600 g di ottone.

PESO TOTALE	PESO OTTONE
750 ↓	600 ↓
100	x

$750 : 100 = 600 : x$

$$x = \frac{100 \cdot 600}{750} = 80$$

L'ottone contenuto in quella lega rappresenta l'80%.

22 Un tessuto, sottoposto a lavaggio, si accorcia dell'1,5%. Quanto misurerà una pezza di 24 metri di quel tessuto dopo essere stata lavata?

LUNGHEZZA INIZIALE	RIDUZIONE
24 ↓	x ↓
100	1,5

$24 : 100 = x : 1{,}5$

$$x = \frac{24 \cdot 1{,}5}{100} = \frac{24 \cdot \frac{15}{10}}{100} = 24 \cdot \frac{15}{10} \cdot \frac{1}{100} = 0{,}36$$

La pezza lavata si accorcia di 0,36 m, quindi, dopo il lavaggio, il tessuto misurerà: (24 – 0,36) = 23,64 m

23 Roberta ha comprato un zainetto in offerta speciale con un sconto del 25% pagandolo € 48. Qual è il prezzo di listino di quello zainetto?

PREZZO SCONTATO	PREZZO DI LISTINO
48 ↓	x ↓
100 – 25	100

$48 : 75 = x : 100$

$$x = \frac{48 \cdot 100}{75} \quad \Rightarrow \quad x = 64$$

Il prezzo di listino di quello zainetto era di € 64.

Risolvi i seguenti problemi di ripartizione.

24 Il perimetro di un triangolo misura 51 cm e le misure dei suoi lati sono direttamente proporzionali ai numeri 4, 5 e 8. Calcola la lunghezza di ciascun lato.

Indichiamo con x, y e z le lunghezze dei tre lati del triangolo. Possiamo scrivere:
$x : 4 = y : 5 = z : 8$, sapendo che $x + y + z = 51$
Applichiamo la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti:

$$(x + y + z) : (4 + 5 + 8) = \begin{cases} x : 4 \\ y : 5 \\ z : 8 \end{cases}$$

$$51 : 17 = \begin{cases} x : 4 \\ y : 5 \\ z : 8 \end{cases}$$

$$51 : 17 = x : 4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{51 \cdot 4}{17} = 12 \text{ cm}$$

$$51 : 17 = y : 5 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{51 \cdot 5}{17} = 15 \text{ cm}$$

$$51 : 17 = z : 8 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{51 \cdot 8}{17} = 24 \text{ cm}$$

Briciole di teoria

Vi sono problemi pratici per risolvere i quali bisogna **ripartire** (distribuire) una quantità in un certo numero di parti che possono essere direttamente o inversamente proporzionali a determinati numeri. In questo caso si utilizza la **catena di rapporti** e la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti.

25 Un triangolo isoscele ha il perimetro di 54 cm; la base e uno dei lati obliqui sono direttamente proporzionali ai numeri 4 e 7. Calcola la misura dei lati del triangolo.

Indichiamo con x, y e z le lunghezze dei tre lati del triangolo isoscele dove x è la base e x ed y i lati obliqui. Possiamo scrivere:
$x : 4 = y : 7 = z : 7$
sapendo che $x + y + z = 54$
Applichiamo la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti:

$$(x + y + z) : (4 + 7 + 7) = \begin{cases} x : 4 \\ y : 7 \\ z : 7 \end{cases} \qquad 54 : 18 = \begin{cases} x : 4 \\ y : 7 \\ z : 7 \end{cases}$$

$$54 : 18 = x : 4 \Rightarrow \quad x = \frac{54 \cdot 4}{18} = 12 \text{ cm}$$

$$54 : 18 = y : 7 \Rightarrow \quad y = \frac{54 \cdot 7}{18} = 21 \text{ cm}$$

$$54 : 18 = z : 7 \Rightarrow \quad z = \frac{54 \cdot 7}{18} = 21 \text{ cm}$$

26 Il perimetro di un quadrilatero misura 132 cm e le misure dei suoi lati sono inversamente proporzionali ai numeri $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$. Calcola la lunghezza di ciascun lato del quadrilatero.

Indichiamo con x, y, z e t le lunghezze dei quattro lati del quadrilatero. Essendo le misure inversamente proporzionali ai numeri dati, la catena di rapporti è:

$x : \frac{5}{2} = y : \frac{4}{3} = z : \frac{2}{1} = t : \frac{3}{2}$, sapendo che $x + y + z + t = 132$

Applichiamo la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti:

$$(x + y + z + t) : \left(\frac{5}{2} + \frac{4}{3} + \frac{2}{1} + \frac{3}{2}\right) = \begin{cases} x : \frac{5}{2} \\ y : \frac{4}{3} \\ z : \frac{2}{1} \\ t : \frac{3}{2} \end{cases} \qquad 132 : \frac{22}{3} = \begin{cases} x : \frac{5}{2} \\ y : \frac{4}{3} \\ z : \frac{2}{1} \\ t : \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$132 : \frac{22}{3} = x : \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 132 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{22} = 45 \text{ cm}$$

$$132 : \frac{22}{3} = y : \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad y = 132 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{22} = 24 \text{ cm}$$

$$132 : \frac{22}{3} = z : 2 \quad \Rightarrow \quad z = 132 \cdot 2 \cdot \frac{3}{22} = 36 \text{ cm}$$

$$132 : \frac{22}{3} = t : \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad t = 132 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{22} = 27 \text{ cm}$$