

Rapporti e proporzioni

- Rapporti
- Proporzioni

Rapporti

1 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

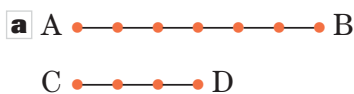
- a **V F** Il rapporto tra due numeri, con il secondo diverso da zero, è il quoto tra il primo e il secondo.
- b **V F** Se un rapporto è scritto come frazione, il suo antecedente corrisponde al denominatore della frazione.
- c **V F** Se un rapporto è scritto come divisione, il suo conseguente corrisponde al divisore.
- d **V F** L'antecedente di un rapporto corrisponde al numeratore della frazione che lo rappresenta.
- e **V F** $\frac{2}{5}$ e $5 : 2$ rappresentano lo stesso rapporto.

- Si dice **rapporto** tra due numeri dati a e b , con $b \neq 0$, il risultato della divisione tra a e b , dove a è l'**antecedente** e b il **conseguente**.
 $a : b = \frac{a}{b}$ = rapporto di a su b .
- Dati due numeri a e b , $\frac{a}{b}$ si dice **rapporto diretto** fra a e b , mentre $\frac{b}{a}$ si dice **rapporto inverso**.
- Il rapporto tra due **grandezze omogenee** è il rapporto fra le loro misure (riferite alla stessa unità di misura) ed è un *numero puro* appartenente all'insieme dei numeri reali (naturale, razionale o irrazionale).
- Due grandezze omogenee si dicono commensurabili se ammettono un sottomultiplo comune; il loro rapporto è un numero razionale.
- Il rapporto tra due **grandezze non omogenee** è un'altra grandezza (**derivata**) non omogenea a quelle date ed il cui valore dipende dalle unità di misura delle due grandezze date.

Bricciole di teoria

- a **V** Il rapporto è il risultato, cioè il quoto, della divisione tra i due numeri.
- b **F** Nel rapporto $\frac{a}{b}$, il numeratore a è l'antecedente, il denominatore b è il conseguente.
- c **V** Nella divisione $a : b = Q$, a è il dividendo e l'antecedente, b è il divisore e il conseguente, Q il quoto e il rapporto.
- d **V** Nel rapporto $\frac{a}{b}$, il numeratore a è l'antecedente, il denominatore b è il conseguente.
- e **F** $5 : 2$ equivale al rapporto $\frac{5}{2}$, quindi $\frac{2}{5}$ e $\frac{5}{2}$ sono rapporti diversi.

2 Osserva le seguenti coppie di figure e determina i loro rapporti.



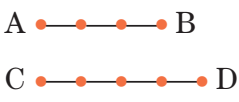
$$\frac{AB}{CD} = \dots\dots\dots$$

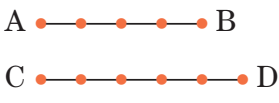
a $AB = 6u \quad CD = 3u \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{6u}{3u} = 2$




$$\frac{AB}{CD} = \dots\dots\dots$$

b $AB = 4u \quad CD = 8u \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{4u}{8u} = \frac{1}{2}$

c  $\frac{AB}{CD} = \dots\dots\dots$

d  $\frac{AB}{CD} = \dots\dots\dots$

e  $\frac{AB}{CD} = \dots\dots\dots$

c $AB = 3u \quad CD = 4u \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{3u}{4u} = \frac{3}{4}$

d $AB = 4u \quad CD = 5u \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{4u}{5u} = \frac{4}{5}$

e $AB = 1u \quad CD = 6u \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{1u}{6u} = \frac{1}{6}$

Risolvi i seguenti problemi.

3 Una botte ha la capacità di 48 litri ed un fiasco di 160 cl. Qual è il rapporto tra la capacità della botte e quella del fiasco? E tra la capacità del fiasco e quella della botte?

Dobbiamo esprimere le due grandezze mediante la stessa unità di misura, ad esempio in centilitri.

Capacità della botte = 48 l = 4800 cl

Capacità del fiasco = 160 cl

$$\frac{\text{Capacità botte}}{\text{Capacità fiasco}} = \frac{4800}{160} = 30$$

$$\frac{\text{Capacità fiasco}}{\text{Capacità botte}} = \frac{160}{4800} = \frac{1}{30}$$

Puoi verificare facilmente che il risultato non cambia se esprimiamo entrambe le capacità in litri al posto dei centilitri.

4 Il rapporto di due angoli è $\frac{3}{4}$ ed il maggiore è ampio 204° . Calcola l'ampiezza dell'angolo minore.

Indichiamo con α e β i due angoli e applichiamo il metodo di risoluzione grafico:

α 

β 

$(204^\circ : 4) = 51^\circ \Rightarrow$ ampiezza di una parte 

$(51^\circ \cdot 3) = 153^\circ \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo minore α

5 In una scuola il rapporto tra il numero dei maschi e quello delle femmine è $\frac{5}{4}$.


Sapendo che le femmine sono 128, calcola:

- a** il numero dei maschi;
- b** il rapporto tra il numero delle femmine e il totale degli alunni della scuola.

a Applichiamo il metodo di risoluzione grafico:

Maschi 

Femmine 

$(128 : 4) = 32 \Rightarrow$ 

$(32 \cdot 5) = 160 \Rightarrow$ numero dei maschi

b $(160 + 128) = 288 \Rightarrow$ numero totale degli alunni

$$\frac{\text{numero femmine}}{\text{totale}} = \frac{128}{288} = \frac{4}{9}$$

6 Una cassa di arance pesa 12 kg. Sapendo che la tara è di 450 g, calcola:

- a il rapporto tra il peso lordo e la tara;
- b il rapporto tra il peso netto e il peso lordo.

a Per calcolare il rapporto richiesto, dobbiamo esprimere le grandezze utilizzando la stessa unità di misura, ad esempio in grammi:

$$\text{Peso lordo} = 12 \text{ kg} = 12\,000 \text{ g}$$

$$\text{Tara} = 450 \text{ g}$$

$$\frac{\text{Peso lordo}}{\text{Tara}} = \frac{12\,000}{450} = \frac{80}{3}$$

b $\text{Peso netto} = \text{Peso lordo} - \text{Tara} = (12\,000 - 450) \text{ g} = 11\,550 \text{ g}$

$$\frac{\text{Peso netto}}{\text{Peso lordo}} = \frac{11\,550}{12\,000} = \frac{77}{80}$$

Proporzioni

7 Verifica se le indicazioni corrispondono alla proporzione a fianco indicata.

- | | | | | |
|---|-----------------------------|-----------------------------|--|--------------------|
| a | <input type="checkbox"/> sì | <input type="checkbox"/> no | Antecedenti 30 e 6; conseguenti 25 e 5 | $30 : 6 = 25 : 5$ |
| b | <input type="checkbox"/> sì | <input type="checkbox"/> no | Estremi 6 e 21; medi 18 e 7 | $18 : 6 = 21 : 7$ |
| c | <input type="checkbox"/> sì | <input type="checkbox"/> no | Un antecedente 16; medi 4 e 12; un conseguente 3 | $16 : 4 = 12 : 3$ |
| d | <input type="checkbox"/> sì | <input type="checkbox"/> no | Un conseguente 10; un antecedente 24; estremi 40 e 6 | $24 : 40 = 6 : 10$ |
| e | <input type="checkbox"/> sì | <input type="checkbox"/> no | Medi 20 e 3; estremi 5 e 12 | $5 : 20 = 3 : 12$ |

a no Gli antecedenti stanno prima del segno di divisione e i conseguenti dopo e, rispettando l'ordine dei termini, si ha $30 : 25 = 6 : 5$, che non corrisponde alla proporzione indicata.

b no Gli estremi sono il primo e l'ultimo termine e i medi sono il secondo e il terzo; rispettando l'ordine dato si ha $6 : 18 = 7 : 21$, che non corrisponde alla proporzione indicata.

c sì Un antecedente è il primo o il terzo termine, ma i medi, che sono il secondo e il terzo, devono essere 4 e 12, perciò 16 deve essere il primo termine; un conseguente è il secondo o il quarto termine, ma i medi devono essere 4 e 12, perciò 3 deve essere il quarto termine; quindi la proporzione $16 : 4 = 12 : 3$ rispetta le indicazioni.

d no Nella proporzione indicata i numeri 40 e 6 occupano la posizione di medi e non di estremi come richiesto.

e sì I medi sono il secondo e il terzo termine mentre gli estremi sono il primo e il quarto e la proporzione scritta rispetta le indicazioni.

La **proporzione** è l'uguaglianza di due rapporti $\Rightarrow a : b = c : d$ si legge "a sta a b come c sta a d".

$$a : b = c : d$$

a, b, c, d sono i **termini** della proporzione

a e c sono gli **antecedenti**

b e d sono i **conseguenti**

a e d sono gli **estremi**

b e c sono i **medi**

d è il **quarto proporzionale** dopo a, b, c

$$a : b = b : c \Rightarrow \text{proporzione continua}$$

b è **medio proporzionale** tra a e c

c è **terzo proporzionale** dopo a e b

8 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- a V F** Due rapporti uguali formano una proporzione continua.
- b V F** Una proporzione è continua se ha i due antecedenti uguali.
- c V F** Il terzo proporzionale è il quarto termine di una proporzione continua.
- d V F** Il medio proporzionale è il secondo termine di una proporzione continua.
- e V F** Per formare una proporzione continua bastano tre numeri.

- a F** Una proporzione è sempre formata da due rapporti uguali, ma essa è continua solo se il conseguente del primo rapporto è uguale all'antecedente del secondo.
- b F** Una proporzione continua ha i medi o gli estremi uguali, non gli antecedenti.
- c V** In una proporzione continua i due medi sono uguali, quindi il quarto termine è il terzo dei tre numeri.
- d V** In una proporzione continua il secondo e il terzo termine (ovvero i medi) sono uguali, e si parla in questo caso di medio proporzionale.
- e V** In una proporzione continua i termini sono quattro, ma i due medi sono uguali.

Risolvi le seguenti proporzioni.

- In una proporzione un termine può non essere conosciuto: esso si chiama **termine incognito** e si indica con la x .
- Ogni proporzione gode della **proprietà fondamentale**: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.
Esempio: $3 : 7 = 9 : 21 \Rightarrow 7 \cdot 9 = 3 \cdot 21 \Rightarrow 63 = 63$
Da questa proprietà seguono le seguenti regole.
- Per calcolare un **estremo incognito** si moltiplicano tra loro i medi e si divide per l'estremo conosciuto.
- Per calcolare un **medio incognito** si moltiplicano tra loro gli estremi e si divide per il medio conosciuto.
- Per calcolare il medio o l'estremo incognito di una **proporzione continua** si moltiplicano tra loro i due estremi o i due medi conosciuti e si estrae la radice quadrata del prodotto.

9 $x : \left(3 + \frac{3}{5} + \frac{9}{10} \right) = \left(\frac{13}{8} - \frac{19}{12} \right) : \left(\frac{8}{5} - \frac{1}{8} - \frac{7}{20} \right)$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi:

$$x : \left(\frac{30 + 6 + 9}{10} \right) = \left(\frac{39 - 38}{24} \right) : \left(\frac{64 - 5 - 14}{40} \right)$$

$$x : \frac{45}{10} = \frac{1}{24} : \frac{45}{40}$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{\frac{45}{10} \cdot \frac{1}{24}}{\frac{45}{40}} \Rightarrow x = \frac{45}{10} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{40}{45} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

10

$$\left[\frac{3}{4} : \left(\frac{4}{15} + \frac{3}{20} \right) \right] : x = \left[\left(\frac{19}{12} + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{16}{5} \right] : \left(\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{7} \right)^2$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi:

$$\left[\frac{3}{4} : \left(\frac{16+9}{60} \right) \right] : x = \left[\left(\frac{19+8}{12} \right) \cdot \frac{16}{5} \right] : 2^2$$

$$\left[\frac{3}{4} : \frac{25}{60} \right] : x = \left[\frac{27}{12} \cdot \frac{16}{5} \right] : 4$$

$$\left[\frac{3}{4} \cdot \frac{60}{25} \right] : x = \frac{36}{5} : 4$$

$$\frac{9}{5} : x = \frac{36}{5} : 4$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{\frac{9}{5} \cdot 4}{\frac{36}{5}} \Rightarrow x = \frac{9}{5} \cdot 4 \cdot \frac{5}{36} \Rightarrow x = 1$$

11

$$\left\{ \left[\left(\frac{21}{10} - \frac{3}{2} \right) : \frac{2}{5} \right] : \left[\left(\frac{13}{12} + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{1}{7} \right] \right\} : 10 = \left\{ \left[\left(\frac{5}{24} + \frac{9}{8} - \frac{7}{6} \right) : \frac{1}{3} \right] \cdot 9 \right\} : x$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi:

$$\left\{ \left[\left(\frac{21-15}{10} \right) \cdot \frac{5}{2} \right] : \left[\left(\frac{13+8}{12} \right) \cdot \frac{1}{7} \right] \right\} : 10 = \left\{ \left[\left(\frac{5+27-28}{24} \right) \cdot 3 \right] \cdot 9 \right\} : x$$

$$\left\{ \left[\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{2} \right] : \left[\frac{21}{12} \cdot \frac{1}{7} \right] \right\} : 10 = \left\{ \left[\frac{4}{24} \cdot 3 \right] \cdot 9 \right\} : x$$

$$\left\{ \frac{3}{2} : \frac{1}{4} \right\} : 10 = \left\{ \frac{1}{2} \cdot 9 \right\} : x$$

$$\left\{ \frac{3}{2} \cdot 4 \right\} : 10 = \frac{9}{2} : x$$

$$6 : 10 = \frac{9}{2} : x$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{10 \cdot \frac{9}{2}}{6} \Rightarrow x = 10 \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{15}{2}$$

12

$$\left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 - \left(\frac{7}{3} - \frac{13}{12} \right) \right] : \left(\frac{37}{35} - \frac{39}{70} \right)^2 = x : \left[\left(\frac{22}{15} - \frac{7}{12} - \frac{29}{60} \right) \cdot \frac{5}{2} \right]$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi:

$$\left[\frac{9}{4} - \left(\frac{28-13}{12} \right) \right] : \left(\frac{74-39}{70} \right)^2 = x : \left[\left(\frac{88-35-29}{60} \right) \cdot \frac{5}{2} \right]$$

$$\left[\frac{9}{4} - \frac{15}{12} \right] : \left(\frac{35}{70} \right)^2 = x : \left[\frac{24}{60} \cdot \frac{5}{2} \right]$$

$$\left[\frac{27-15}{12} \right] : \left(\frac{1}{2} \right)^2 = x : 1$$

$$\frac{12}{12} : \frac{1}{4} = x : 1$$

$$1 : \frac{1}{4} = x : 1$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{1 \cdot 1}{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = 1 \cdot 4 \Rightarrow x = 4$$

13

$$\frac{\frac{10}{3} - \frac{13}{12}}{\frac{23}{30} - \frac{7}{20}} : \frac{\frac{5}{3} + \frac{7}{12}}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^2} = x : \frac{1}{2 + \frac{3}{4} - \frac{5}{2}}$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli:

$$\frac{\frac{40-13}{12}}{\frac{46-21}{60}} : \frac{\frac{20+7}{12}}{5 \cdot \frac{1}{16}} = x : \frac{1}{8+3-10}$$

$$\frac{\frac{27}{12}}{\frac{27}{60}} : \frac{\frac{27}{12}}{\frac{27}{16}} = x : \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{27}{12} \cdot \frac{60}{27} \right) : \left(\frac{27}{12} \cdot \frac{16}{27} \right) = x : \left(1 \cdot \frac{4}{1} \right)$$

$$\frac{27}{5} : \frac{36}{5} = x : 4$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{\frac{27}{5} \cdot 4}{\frac{36}{5}} \Rightarrow x = \frac{27}{5} \cdot 4 \cdot \frac{5}{36} \Rightarrow x = 3$$

14

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{9-3}{5-2}\right) \cdot \frac{1}{30}}{\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{20}}} : x = \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{12}\right) : \sqrt{\frac{\left(\frac{8-9}{3-4}\right) \cdot \frac{3}{2}}{\frac{25}{8} - \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{6}}}$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli sotto i segni di radice:

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{18-15}{10}\right) \cdot \frac{30}{1}}{\frac{5}{4} \cdot \frac{20}{1}}} : x = \left(\frac{28-1}{12}\right) : \sqrt{\frac{\left(\frac{32-27}{12}\right) \cdot \frac{3}{2}}{\frac{25}{8} - \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{1}}}$$

$$\sqrt{\frac{3 \cdot 30}{10 \cdot 1}} : x = \frac{27}{12} : \sqrt{\frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 2}} : \frac{25}{8} - \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} : x = \frac{9}{4} : \sqrt{\frac{\frac{5}{8}}{\frac{25-20}{8}}}$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} : x = \frac{9}{4} : \sqrt{\frac{\frac{5}{8}}{\frac{25-20}{8}}}$$

$$\frac{3}{5} : x = \frac{9}{4} : \sqrt{\frac{\frac{5}{8}}{\frac{5}{8}}}$$

$$\frac{3}{5} : x = \frac{9}{4} : \sqrt{1}$$

$$\frac{3}{5} : x = \frac{9}{4} : 1$$

Possiamo ora risolvere la proporzione: $x = \frac{\frac{3}{5} \cdot 1}{\frac{9}{4}} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 9} \Rightarrow x = \frac{4}{15}$

Risolvi le seguenti proporzioni continue.

15

$$\left\{ \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] : \left[\left(\frac{9}{2} + \frac{7}{4} \right) \cdot 2 \right] \right\} : x = x : \left\{ \left[\left(6 - \frac{8}{5} \right) : \frac{11}{5} \right] : \left[\left(\frac{9}{2} - \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] \right\}$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi:

$$\left\{ \left[\left(\frac{8-3}{12} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] : \left[\left(\frac{18+7}{4} \right) \cdot 2 \right] \right\} : x = x : \left\{ \left[\left(\frac{30-8}{5} \right) : \frac{11}{5} \right] : \left[\left(\frac{18-3}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] \right\}$$

$$\left\{ \left[\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{3} \right] : \left[\frac{25}{4} \cdot 2 \right] \right\} : x = x : \left\{ \left[\frac{22}{5} : \frac{11}{5} \right] : \left[\frac{15}{4} \cdot \frac{2}{3} \right] \right\}$$

$$\left\{ \frac{5}{18} : \frac{25}{2} \right\} : x = x : \left\{ 2 : \frac{5}{2} \right\}$$

$$\left\{ \frac{5}{18} \cdot \frac{2}{25} \right\} : x = x : \left\{ 2 \cdot \frac{2}{5} \right\}$$

$$\frac{1}{45} : x = x : \frac{4}{5}$$

Possiamo ora risolvere la proporzione: $x^2 = \frac{1}{45} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow x^2 = \frac{4}{225}$

$$x = \sqrt{\frac{4}{225}} \Rightarrow x = \frac{2}{15}$$

16

$$\frac{\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} - \left(1 - \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{3}{4}}{2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{30}} : x = x : \frac{\left(\frac{1}{30} + \frac{5}{12}\right) : 2}{\frac{6}{5} - \frac{3}{4}}$$

Per prima cosa svolgiamo i calcoli:

$$\frac{\frac{3}{5} - \left(\frac{12-7}{12}\right) \cdot \frac{3}{4}}{\frac{60+10-1}{30}} : x = x : \frac{\left(\frac{2+25}{60}\right) \cdot \frac{1}{2}}{\frac{24-15}{20}}$$

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{69}{30}} : x = x : \frac{\frac{27}{60} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{9}{20}}$$

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{5}{16}}{\frac{69}{30}} : x = x : \frac{\frac{27}{120}}{\frac{9}{20}}$$

$$\frac{48-25}{\frac{80}{69}} : x = x : \frac{\frac{27}{120}}{\frac{9}{20}}$$

$$\left(\frac{23}{80} \cdot \frac{30}{69}\right) : x = x : \left(\frac{27}{120} \cdot \frac{20}{9}\right)$$

$$\frac{1}{8} : x = x : \frac{1}{2}$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x^2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

Risolvi le seguenti proporzioni applicando opportunamente le proprietà.• Ogni proporzione $a : b = c : d$ gode di alcune proprietà:

- ➔ $a \cdot d = b \cdot c$ Proprietà fondamentale
- ➔ $b : a = d : c$ Proprietà dell'invertire
- ➔ $d : b = c : a$; $a : c = b : d$; $d : c = b : a$ Proprietà del permutare i medi e gli estremi
- ➔ $(a + b) : a = (c + d) : c$; $(a + b) : b = (c + d) : d$ Proprietà del comporre
- ➔ $(a - b) : a = (c - d) : c$; $(a - b) : b = (c - d) : d$ Proprietà dello scomporre
- ➔ $(a + c) : (b + d) = a : b$; $(a + c) : (b + d) = c : d$ Proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti

• Una **catena di rapporti** è l'uguaglianza di più rapporti $\Rightarrow a : b = c : d = e : f = g : h = \dots$

• Anche a una catena di rapporti è possibile applicare la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti:

$$(a + c + e + g + \dots) : (b + d + f + h + \dots) = a : b$$

$$(a + c + e + g + \dots) : (b + d + f + h + \dots) = c : d$$

$$17 \quad x : \left(\frac{21}{4} + x \right) = \frac{1}{3} : \frac{7}{3}$$

Applichiamo la proprietà dell'invertire:

$$\left(\frac{21}{4} + x \right) : x = \frac{7}{3} : \frac{1}{3}$$

Applichiamo la proprietà dello scomporre:

$$\left(\frac{21}{4} + x - x \right) : x = \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{3}$$

$$\frac{21}{4} : x = 2 : \frac{1}{3}$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{21 \cdot \frac{1}{3}}{4 \cdot 2} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{8}$$

$$18 \quad \left(\frac{1}{4} + x \right) : x = \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{8} \right) : \left(1 + \frac{1}{4} - \frac{2}{7} \right)$$

$$\left(\frac{1}{4} + x \right) : x = \left(\frac{10-1}{8} \right) : \left(\frac{28+7-8}{28} \right)$$

$$\left(\frac{1}{4} + x \right) : x = \frac{9}{8} : \frac{27}{28}$$

Applichiamo la proprietà dello scomporre:

$$\left(\frac{1}{4} + x - x \right) : x = \left(\frac{9}{8} - \frac{27}{28} \right) : \frac{27}{28}$$

$$\frac{1}{4} : x = \left(\frac{63-54}{56} \right) : \frac{27}{28}$$

$$\frac{1}{4} : x = \frac{9}{56} : \frac{27}{28}$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{27}{28}}{\frac{9}{56}} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \cdot \frac{27}{28} \cdot \frac{56}{9} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$19 \quad \frac{5}{16} : \frac{3}{16} = x : \left(\frac{2}{5} - x \right)$$

Applichiamo la proprietà del comporre:

$$\left(\frac{5}{16} + \frac{3}{16} \right) : \frac{5}{16} = \left(\frac{2}{5} - x + x \right) : x$$

$$\frac{8}{16} : \frac{5}{16} = \frac{2}{5} : x$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{\frac{5}{16} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{8}{16}} \Rightarrow x = \frac{5}{16} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{16}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$20 \quad (12-x) : (x-3) = x : 3$$

Applichiamo la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti:

$$(12-x+x) : (x-3+3) = x : 3$$

$$12 : x = x : 3$$

Possiamo ora risolvere la proporzione continua così ottenuta:

$$x^2 = 12 \cdot 3 \Rightarrow x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} \Rightarrow x = 6$$

$$21 \quad (25-x) : (x-4) = x : 4$$

Applichiamo la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti:

$$(25-x+x) : (x-4+4) = x : 4$$

$$25 : x = x : 4$$

Possiamo ora risolvere la proporzione continua così ottenuta:

$$x^2 = 25 \cdot 4 \Rightarrow x^2 = 100$$

$$x = \sqrt{100} \Rightarrow x = 10$$

22

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{7} - \frac{5}{28}\right) : x = \left(1 + \frac{3}{8} - \frac{5}{4}\right) : \left(\frac{19}{6} - x\right)$$

$$\left(\frac{7+4-5}{28}\right) : x = \left(\frac{8+3-10}{8}\right) : \left(\frac{19}{6} - x\right)$$

$$\frac{6}{28} : x = \frac{1}{8} : \left(\frac{19}{6} - x\right)$$

Applichiamo la proprietà del permutare degli estremi:

$$\left(\frac{19}{6} - x\right) : x = \frac{1}{8} : \frac{6}{28}$$

Applichiamo la proprietà del comporre:

$$\left(\frac{19}{6} - x + x\right) : x = \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{14}\right) : \frac{3}{14}$$

$$\frac{19}{6} : x = \left(\frac{7+12}{56}\right) : \frac{3}{14}$$

$$\frac{19}{6} : x = \frac{19}{56} : \frac{3}{14}$$

Possiamo ora risolvere la proporzione:

$$x = \frac{\frac{19}{6} \cdot \frac{3}{14}}{\frac{19}{56}} \Rightarrow x = \frac{19}{6} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{56}{19} \Rightarrow x = 2$$

Risolvi i seguenti problemi.

23

In una fabbrica il numero degli operai sta al numero degli impiegati come 11 : 3. Se il numero degli operai supera di 136 quello degli impiegati, quanti sono gli operai e gli impiegati di quella fabbrica?

$$\begin{aligned} x &= \text{numero degli operai} \\ y &= \text{numero degli impiegati} \\ x - y &= 136 \\ x : y &= 11 : 3 \end{aligned}$$

Applichiamo la proprietà dello scomporre. Possiamo farlo in due modi diversi:

PRIMO MODO

$$(x - y) : x = (11 - 3) : 11$$

$$136 : x = 8 : 11$$

$$x = \frac{136 \cdot 11}{8}$$

$$x = 187$$

Verifichiamo:

$$x - y = 187 - 51 = 136$$

$$x : y = 11 : 3 \Rightarrow 187 : 51 = 11 : 3$$

SECONDO MODO

$$(x - y) : y = (11 - 3) : 3$$

$$136 : y = 8 : 3$$

$$y = \frac{136 \cdot 3}{8}$$

$$y = 51$$

$$51 \cdot 11 = 187 \cdot 3 \Rightarrow 561 = 561$$

- 24** In un'automobile che pesa 960 kg, il rapporto tra il peso del materiale plastico e di quello metallico è $\frac{3}{17}$. Calcola il peso delle parti in plastica e di quelle in metallo.

$$\begin{aligned} x &= \text{peso delle parti in plastica} \\ y &= \text{peso delle parti in metallo} \\ x + y &= 960 \\ x : y &= 3 : 17 \end{aligned}$$

Applichiamo la proprietà del comporre; possiamo farlo in due modi diversi:

PRIMO MODO

$$(x + y) : x = (3 + 17) : 3$$

$$960 : x = 20 : 3$$

$$x = \frac{960 \cdot 3}{20} = 144$$

Verifichiamo:

$$x + y = 144 + 816 = 960$$

$$x : y = 3 : 17 \Rightarrow 144 : 816 = 3 : 17 \Rightarrow 816 \cdot 3 = 144 \cdot 17 \Rightarrow 2448 = 2448$$

SECONDO MODO

$$(x + y) : y = (3 + 17) : 17$$

$$960 : y = 20 : 17$$

$$y = \frac{960 \cdot 17}{20} = 816$$

- 25** Calcola la lunghezza di un segmento medio proporzionale tra due segmenti lunghi rispettivamente 18 cm e 32 cm.

Indichiamo con x la lunghezza del segmento da determinare:

$$18 : x = x : 32$$

$$x^2 = 18 \cdot 32$$

$$x = \sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 2^5} = \sqrt{3^2 \cdot 2^6} = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$$

Il segmento richiesto misura 24 cm.

- 26** Due angoli supplementari stanno tra loro come 7 : 8. Determina la loro ampiezza.

Indichiamo con x e y le ampiezze dei due angoli, per cui $x + y = 180^\circ$.

$$x : y = 7 : 8$$

Applichiamo la proprietà del comporre; possiamo farlo in due modi diversi:

PRIMO MODO

$$(x + y) : x = (7 + 8) : 7$$

$$180^\circ : x = 15 : 7$$

$$x = \frac{180^\circ \cdot 7}{15} = 84^\circ$$

Verifichiamo:

$$x + y = 84^\circ + 96^\circ = 180^\circ$$

$$x : y = 7 : 8 \Rightarrow 84^\circ : 96^\circ = 7 : 8 \Rightarrow 96^\circ \cdot 7 = 84^\circ \cdot 8 \Rightarrow 672^\circ = 672^\circ$$

SECONDO MODO

$$(x + y) : y = (7 + 8) : 8$$

$$180^\circ : y = 15 : 8$$

$$y = \frac{180^\circ \cdot 8}{15} = 96^\circ$$

27 Quattro angoli stanno tra loro come i numeri 1, 2, 4, 5. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo sapendo che la loro somma è 240° .

Indichiamo con x, y, z, t le ampiezze dei quattro angoli; abbiamo:

$$x + y + z + t = 240^\circ$$

$$x : 1 = y : 2 = z : 4 = t : 5$$

Applichiamo la proprietà del comporre degli antecedenti e dei conseguenti e otteniamo:

$$\bullet (x + y + z + t) : (1 + 2 + 4 + 5) = x : 1$$

$$240^\circ : 12 = x : 1$$

$$x = \frac{240^\circ \cdot 1}{12} \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\bullet (x + y + z + t) : (1 + 2 + 4 + 5) = y : 2$$

$$240^\circ : 12 = y : 2$$

$$y = \frac{240^\circ \cdot 2}{12} \Rightarrow y = 40^\circ$$

$$\bullet (x + y + z + t) : (1 + 2 + 4 + 5) = z : 4$$

$$240^\circ : 12 = z : 4$$

$$z = \frac{240^\circ \cdot 4}{12} \Rightarrow z = 80^\circ$$

$$\bullet (x + y + z + t) : (1 + 2 + 4 + 5) = t : 5$$

$$240^\circ : 12 = t : 5$$

$$t = \frac{240^\circ \cdot 5}{12} \Rightarrow t = 100^\circ$$

Verifichiamo: $x + y + z + t = 20^\circ + 40^\circ + 80^\circ + 100^\circ = 240^\circ$.