I numeri reali

SEZ. G

- Numeri decimali e periodici
- Estrazione di radice

Numeri decimali e periodici

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

1 $2-\left[(2+0{,}5)-\left(1-\frac{1}{7}\right)-\left(1{,}5-\frac{2}{7}\right)\right]=$

Trasformiamo i numeri decimali nella corrispondente frazione generatrice:

$0{,}5=\frac{5}{10}$ e $1{,}5=\frac{15}{10}$

Procediamo quindi svolgendo i calcoli secondo la regola delle precedenze:

$$=2-\left[\left(2+\frac{5}{10}\right)-\left(\frac{7-1}{7}\right)-\left(\frac{15}{10}-\frac{2}{7}\right)\right]=$$

$$=2-\left[\left(2+\frac{1}{2}\right)-\frac{6}{7}-\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{7}\right)\right]=$$

$$=2-\left[\left(\frac{4+1}{2}\right)-\frac{6}{7}-\left(\frac{21-4}{14}\right)\right]=$$

$$=2-\left[\frac{5}{2}-\frac{6}{7}-\frac{17}{14}\right]=$$

$$=2-\left[\frac{35-12-17}{14}\right]=$$

$$=2-\frac{6}{14}=2-\frac{3}{7}=\frac{14-3}{7}=\frac{11}{7}$$

Briciole di teoria

Un **numero decimale limitato** si trasforma in una frazione che ha al numeratore il numero privato della virgola, al denominatore l'unità seguita da tanti zeri quante sono le cifre decimali. Ad esempio:

$3{,}25=\frac{325}{100}$ $\quad 0{,}7=\frac{7}{10}$ $\quad 0{,}157=\frac{157}{1000}$

La **frazione** è detta **generatrice** perché eseguendo la divisione tra numeratore e denominatore si ottiene il numero decimale corrispondente.

Le **espressioni** sono una sequenza di operazioni che devono essere eseguite in un certo ordine definito dalle seguenti regole:

- si risolvono le potenze, le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine in cui si presentano, poi le addizioni e le sottrazioni nell'ordine in cui si presentano;
- se ci sono le parentesi si risolvono prima le parentesi tonde ( ), poi le quadre [ ] ed infine le graffe { }.

2 $\left[\left(0{,}75+\frac{5}{8}-1{,}1\overline{6}\right)+(3-1{,}\overline{6}+1{,}75)\right]-\left(2+\frac{5}{8}\right)=$

Briciole di teoria

I **numeri decimali illimitati periodici** sono numeri decimali in cui una cifra o un gruppo di cifre decimali si ripetono all'infinito.
Il numero 3,5555… $=3{,}\overline{5}$ è un numero decimale periodico **semplice** con **periodo** 5.
Il numero 3,15555… $=3{,}1\overline{5}$ è un numero decimale periodico **misto** con periodo 5 e **antiperiodo** 1.
Anche i numeri periodici hanno una **frazione generatrice**: il numeratore si ottiene prendendo il numero stesso (scritto però senza la virgola e senza il simbolo di periodo) e sottraendogli la parte che sta prima del periodo (scritta senza la virgola); al denominatore si scrivono tanti 9 quante sono le cifre del periodo seguiti da tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.
Osserva gli esempi:

$3{,}\overline{5}=\frac{35-3}{9}=\frac{32}{9}$ $\quad 3{,}1\overline{5}=\frac{315-31}{90}=\frac{284}{90}$ $\quad 3{,}\overline{51}=\frac{351-3}{99}=\frac{348}{99}$ $\quad 3{,}1\overline{72}=\frac{3172-31}{990}=\frac{3141}{990}$

Trasformiamo i numeri decimali limitati e i numeri decimali illimitati periodici nelle corrispondenti frazioni generatrici, quindi procediamo svolgendo i calcoli seguendo la regola delle precedenze:

$$=\left[\left(\frac{75}{100}+\frac{5}{8}-\frac{116-11}{90}\right)+\left(3-\frac{16-1}{9}+\frac{175}{100}\right)\right]-\left(\frac{16+5}{8}\right)=$$

$$=\left[\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{8}-\frac{105}{90}\right)+\left(3-\frac{15}{9}+\frac{7}{4}\right)\right]-\frac{21}{8}=$$

$$=\left[\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{8}-\frac{7}{6}\right)+\left(3-\frac{5}{3}+\frac{7}{4}\right)\right]-\frac{21}{8}=$$

$$=\left[\left(\frac{18+15-28}{24}\right)+\left(\frac{36-20+21}{12}\right)\right]-\frac{21}{8}=$$

$$=\left[\frac{5}{24}+\frac{37}{12}\right]-\frac{21}{8}=$$

$$=\frac{5+74}{24}-\frac{21}{8}=\frac{79}{24}-\frac{21}{8}=\frac{79-63}{24}=\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$$

3 $\left\{\left[(9,2\overline{5}-3,2\overline{5}-4,\overline{2}):\frac{8}{3}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$

Trasformiamo i numeri decimali illimitati periodici nelle corrispondenti frazioni generatrici, quindi procediamo svolgendo i calcoli seguendo la regola delle precedenze:

$$=\left\{\left[\left(\frac{925-92}{90}-\frac{325-32}{90}-\frac{42-4}{9}\right)\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{833}{90}-\frac{293}{90}-\frac{38}{9}\right)\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{833-293-380}{90}\right)\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{\left[\frac{160}{90}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{\left[\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{1\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}:\frac{6}{90}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right\}\cdot\frac{90}{6}+\frac{1}{2}=$$

$$=\left\{\frac{6-5}{30}\right\}\cdot\frac{15}{1}+\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{1}{30}\cdot\frac{15}{1}+\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

4 $\left(2{,}5-\dfrac{3^2}{49}:\dfrac{1{,}3\overline{5}-0{,}8\overline{5}}{1{,}\overline{35}-0{,}\overline{85}}\right)\cdot\dfrac{11}{2^2-2{,}3}-\dfrac{3}{2}=$

Trasformiamo i numeri decimali limitati e i numeri decimali illimitati periodici nelle corrispondenti frazioni generatrici.

$$=\left(\frac{25}{10}-\frac{9}{49}:\frac{\frac{135-13}{90}-\frac{85-8}{90}}{\frac{135-1}{99}-\frac{85}{99}}\right)\cdot\frac{11}{4-\frac{23}{10}}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left(\frac{5}{2}-\frac{9}{49}:\frac{\frac{122}{90}-\frac{77}{90}}{\frac{134}{99}-\frac{85}{99}}\right)\cdot\frac{11}{\frac{40-23}{10}}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left(\frac{5}{2}-\frac{9}{49}:\frac{\frac{122-77}{90}}{\frac{134-85}{99}}\right)\cdot\frac{11}{\frac{17}{10}}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left(\frac{5}{2}-\frac{9}{49}:\frac{\frac{45}{90}}{\frac{49}{99}}\right)\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left[\frac{5}{2}-\frac{9}{49}:\left(\frac{45}{90}\cdot\frac{99}{49}\right)\right]\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left[\frac{5}{2}-\frac{9}{49}:\frac{99}{98}\right]\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left[\frac{5}{2}-\frac{9}{49}\cdot\frac{98}{99}\right]\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left[\frac{5}{2}-\frac{2}{11}\right]\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=\left[\frac{55-4}{22}\right]\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=\frac{51}{22}\cdot 11\cdot\frac{10}{17}-\frac{3}{2}=$$

$$=15-\frac{3}{2}=\frac{30-3}{2}=\frac{27}{2}$$

Estrazione di radice

Briciole di teoria

- L'estrazione di radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza e si indica con $\sqrt[n]{a}$, dove a è il radicando, n è l'indice della radice ed è sempre maggiore di 1.
- Se $n = 2$ la radice si dice **radice quadrata**.
- Se $n = 3$ la radice si dice **radice cubica**.
- Se $n = 4$ la radice si dice **radice quarta**, e così via.
- Solo l'indice 2 può non essere scritto, quindi $\sqrt[2]{a}=\sqrt{a}$ (questa è la scrittura utilizzata normalmente).
- Per calcolare la radice di un numero si possono seguire più strade:

$\sqrt{a}$
- ➔ Uso delle tavole.
- ➔ Scomposizione del radicando in fattori primi e semplificazione.
- ➔ Uso della calcolatrice.
- ➔ Algoritmo di radice.

$\sqrt[3]{a}$
- ➔ Uso delle tavole.
- ➔ Scomposizione del radicando in fattori primi e semplificazione.
- ➔ Uso della calcolatrice.

$\sqrt[n>3]{a}$
- ➔ Scomposizione del radicando in fattori primi e semplificazione.
- ➔ Uso della calcolatrice.

- Se a non è un quadrato perfetto, o il quadrato di un numero razionale, il risultato di $\sqrt{a}$ è un numero irrazionale.

Scegli la risposta esatta.

5 **L'estrazione di radice è l'operazione inversa della potenza in cui:**

a conoscendo l'esponente e la base, si cerca la potenza.
b conoscendo la potenza e la base, si cerca l'esponente.
c conoscendo l'esponente e la potenza, si cerca la base.

La risposta esatta è **c**.
Osserviamo l'esempio: se $3^2 = 9$, allora la radice quadrata di 9 è 3. La potenza è 9, l'esponente è 2, il risultato dell'estrazione di radice è la base.

6 **L'indice della radice è:**

a l'esponente della potenza corrispondente.
b la base della potenza corrispondente.
c il valore della potenza corrispondente.

La risposta esatta è **a** perché essendo l'operazione di estrazione di radice l'inversa dell'operazione di elevamento a potenza, abbiamo che la radice quadrata $\sqrt{}$ è l'inversa dell'elevamento al quadrato, la radice cubica $\sqrt[3]{}$ è l'inversa dell'elevamento al cubo e così via.

7 **La radice quinta di 732 è il numero:**

a che moltiplicato per 5 dà come risultato 732.
b che elevato a 5 dà come risultato 732.
c il cui quintuplo è uguale a 732.

La risposta esatta è **b**: $\sqrt[5]{32} = 2$ perché il numero 32, scomposto in fattori, diventa 2^5 e $\sqrt[5]{2^5} = 2$.

8 **Un quadrato perfetto è:**

a un numero naturale ottenuto elevando a potenza un numero naturale.
b un numero naturale che è il quadrato di un numero naturale.
c un numero razionale che esprime l'area di un quadrato.

La risposta esatta è **b**. Ad esempio l'uguaglianza $9 = 3^2$ significa che il numero 9 è un quadrato perfetto, ottenuto elevando il numero naturale 3 al quadrato. Osserva che $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$, quindi la radice quadrata di un quadrato perfetto è sempre un numero naturale.

9 **La radice quadrata di 41 è un numero compreso tra:**

a 6 e 7.
b 4 e 5.
c 40 e 50.

Il numero 41 non è un quadrato perfetto; se cerchiamo sulle tavole numeriche nella colonna n^2 i quadrati perfetti più vicini, vediamo che esso è compreso tra 36 e 49 e quindi possiamo scrivere:
$36 < 41 < 49$.
Estraiamo le rispettive radici quadrate ed otteniamo:

$$\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

Quindi la risposta esatta è **a**.

Bricíole di teoria

Risolvi le seguenti espressioni in cui figurano estrazioni di radici.

- **Proprietà dei radicali**

$\sqrt{a \cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a:b}=\sqrt{a}:\sqrt{b}$	$\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{a^{2n}}=a^n$

- Sotto il segno di ciascuna radice i calcoli vanno eseguiti seguendo la regola delle precedenze; l'estrazione delle radici avviene partendo dalla più interna.

10 $$\sqrt{\left(2^2-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{12^2+5^2}}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2}=$$

$$=\sqrt{\left(4-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{144+25}}\cdot\frac{4}{25}}=$$

$$=\sqrt{\left(\frac{16-3}{4}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{169}}\cdot\frac{4}{25}}=$$

$$=\sqrt{\frac{13}{4}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{4}{25}}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$$

11 $$\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}+\left(\frac{5}{4}\right)^2}+\sqrt{\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2}}=$$

$$=\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}+\frac{25}{16}}+\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}}=$$

$$=\sqrt{\sqrt{\frac{24+25}{16}}+\sqrt{\frac{2-1}{4}}}=$$

$$=\sqrt{\sqrt{\frac{49}{16}}+\sqrt{\frac{1}{4}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{7}{4}+\frac{1}{2}}=$$

$$=\sqrt{\frac{7+2}{4}}=$$

$$=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$

12 $$\sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)}:\sqrt{\frac{5}{3}}=$$

$$=\frac{7}{2}+\sqrt{\left(\frac{3+4-2}{12}\right)}:\sqrt{\frac{5}{3}}=$$

$$=\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{5}{12}}:\sqrt{\frac{5}{3}}=$$

$$=\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{5}{12}:\frac{5}{3}}=$$

$$=\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{5}}=$$

$$=\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}}=$$

$$=\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=\frac{8}{2}=4$$

13 $$\sqrt{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot 0{,}6}+\sqrt{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2+\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}}=$$

$$=\sqrt{\left(\frac{3+4-2}{12}\right)\cdot\frac{6}{10}}+\sqrt{\sqrt{\frac{25}{16}+\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{2-1}{4}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{5}{12}\cdot\frac{6}{10}}+\sqrt{\sqrt{\frac{25+24}{16}}+\sqrt{\frac{1}{4}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\sqrt{\frac{49}{16}}+\frac{1}{2}}=$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{7}{4}+\frac{1}{2}}=$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{7+2}{4}}=$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}}=$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

14 $\sqrt{\frac{11}{4}-\sqrt{\frac{7}{2}+\frac{11}{4}}}+\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{1}{100}+\frac{1}{80}}\right]:\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\cdot\sqrt{0,4-0,04}\right]=$

$$=\sqrt{\frac{11}{4}-\sqrt{\frac{14+11}{4}}}+\left[\frac{25}{4}\cdot\sqrt{\frac{8+10}{800}}\right]:\left[\frac{25}{4}\cdot\sqrt{\frac{4}{10}-\frac{4}{100}}\right]=$$

$$=\sqrt{\frac{11}{4}-\sqrt{\frac{25}{4}}}+\left[\frac{25}{4}\cdot\sqrt{\frac{18}{800}}\right]:\left[\frac{25}{4}\cdot\sqrt{\frac{40-4}{100}}\right]=$$

$$=\sqrt{\frac{11}{4}-\frac{5}{2}}+\left[\frac{25}{4}\cdot\sqrt{\frac{9}{400}}\right]:\left[\frac{25}{4}\cdot\sqrt{\frac{36}{100}}\right]=$$

$$=\sqrt{\frac{11-10}{4}}+\left[\frac{25}{4}\cdot\frac{3}{20}\right]:\left[\frac{25}{4}\cdot\frac{6}{10}\right]=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{4}}+\frac{15}{16}:\frac{15}{4}=$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{15}{16}\cdot\frac{4}{15}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2+1}{4}=\frac{3}{4}$$

15 $\dfrac{\frac{5}{9}+\sqrt{\frac{1}{9}}}{2+\sqrt{\frac{4}{9}}}+\left[\left(1-\sqrt{\frac{9}{25}}\right):\left(5-\sqrt{\frac{5}{2}-\frac{1}{4}}\right)\right]\cdot\dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)^2+\sqrt{\frac{9}{16}}}{2-\sqrt{\frac{25}{16}}}=$

$$=\frac{\frac{5}{9}+\frac{1}{3}}{2+\frac{2}{3}}+\left[\left(1-\frac{3}{5}\right):\left(5-\sqrt{\frac{10-1}{4}}\right)\right]\cdot\frac{\frac{9}{16}+\frac{3}{4}}{2-\frac{5}{4}}=$$

$$=\frac{\frac{5+3}{9}}{\frac{6+2}{3}}+\left[\left(\frac{5-3}{5}\right):\left(5-\sqrt{\frac{9}{4}}\right)\right]\cdot\frac{\frac{9+12}{16}}{\frac{8-5}{4}}=$$

$$=\frac{\frac{8}{9}}{\frac{8}{3}}+\left[\frac{2}{5}:\left(5-\frac{3}{2}\right)\right]\cdot\frac{\frac{21}{16}}{\frac{3}{4}}=$$

$$=\frac{8}{9}\cdot\frac{3}{8}+\left[\frac{2}{5}:\left(\frac{10-3}{2}\right)\right]\cdot\frac{21}{16}\cdot\frac{4}{3}=$$

$$=\frac{1}{3}+\left[\frac{2}{5}:\frac{7}{2}\right]\cdot\frac{7}{4}=$$

$$=\frac{1}{3}+\left[\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{7}\right]\cdot\frac{7}{4}=$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{4}{35}\cdot\frac{7}{4}=$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5+3}{15}=\frac{8}{15}$$