I poligoni

SEZ. E

- I poligoni e l'equivalenza di figure piane
- I triangoli
- I quadrilateri

I poligoni e l'equivalenza di figure piane

1 **Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

a V F In un poligono i lati sono consecutivi a due a due.

b V F La somma degli angoli interni di un poligono dipende dal numero dei suoi lati.

c V F Due figure equivalenti sono sempre congruenti.

d V F Due figure equiscomponibili sono equivalenti ma non necessariamente congruenti.

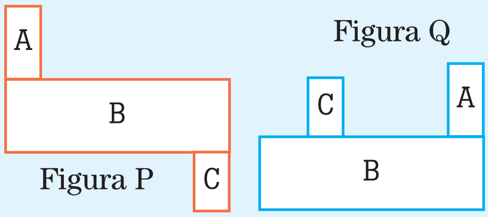
e V F Due figure isoperimetriche sono sempre equivalenti.

a V Perché due segmenti sono consecutivi se hanno in comune un estremo e nel caso dei poligoni ogni vertice è il punto comune a due lati.

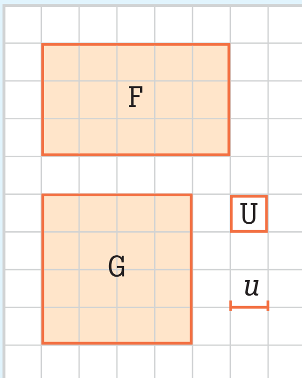
b V Perché la formula per determinare la somma degli angoli interni di un poligono di n lati è $(n-2) \cdot 180°$.

c F Perché due figure equivalenti hanno la stessa estensione, ma non necessariamente la stessa forma; mentre è vero che due figure congruenti sono equivalenti, in generale non è vero il viceversa.

d V Ad esempio le figure P e Q sono equiscomponibili, cioè sono formate da poligoni congruenti, ma non sono congruenti.

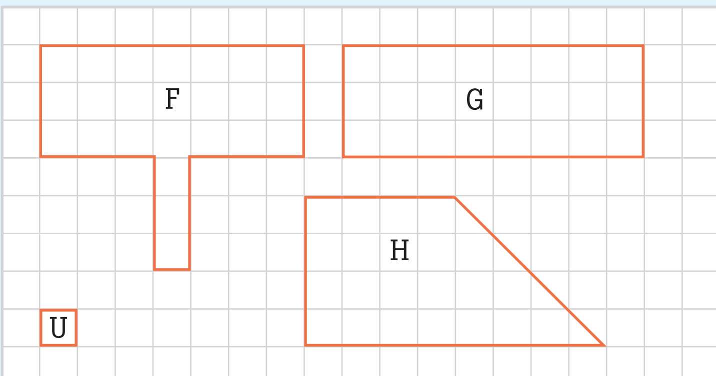


e F Perché figure isoperimetriche hanno di sicuro solo il perimetro uguale. Le figure F e G sono isoperimetriche perché hanno entrambe perimetro uguale a $16u$ (dove u indica il lato di un quadretto), ma non sono equivalenti perché $A_F = 15U$ e $A_G = 16U$ (dove U indica la superficie di un quadretto).



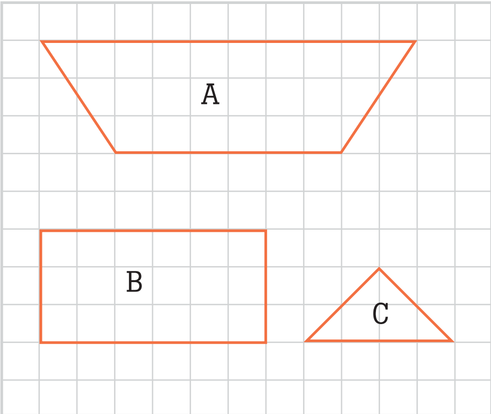
Risolvi i seguenti esercizi sui poligoni.

2 **Verifica che i poligoni F, G, H sono equivalenti.**

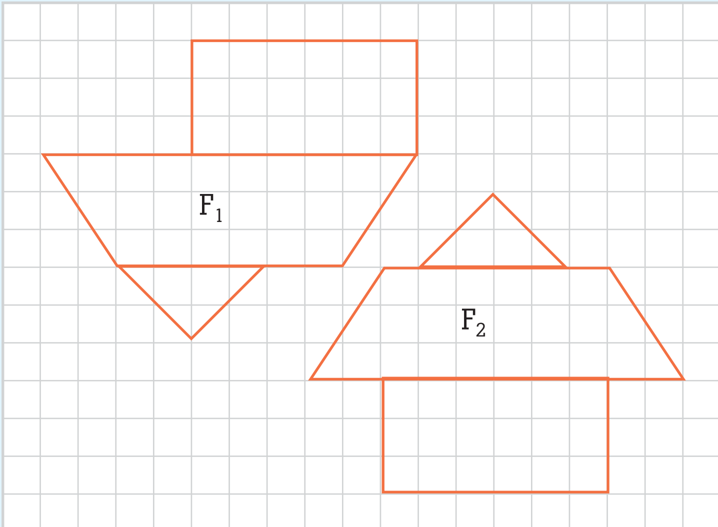


Il poligono F è formato da 24 quadretti, quindi $A_F = 24U$.
Il poligono G è formato da 24 quadretti, quindi $A_G = 24U$.
Il poligono H è formato da 22 quadretti e da 4 triangoli che assieme formano 2 quadretti, quindi $A_H = 24U$.
Abbiamo perciò verificato che le tre figure hanno la stessa area, ovvero sono equivalenti.

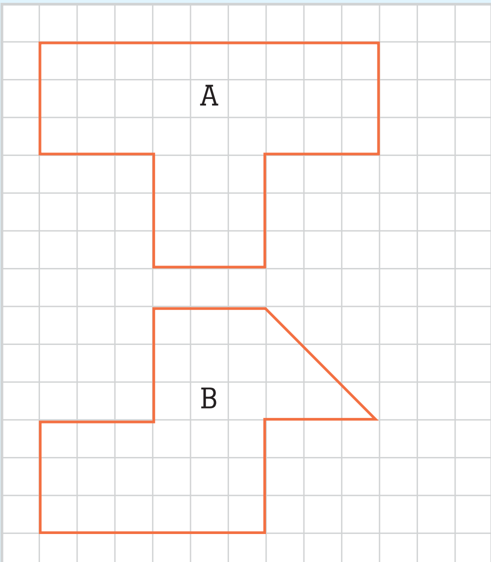
3 **Con i tre poligoni A, B, C in figura costruisci due figure F_1 e F_2 equivalenti fra loro.**

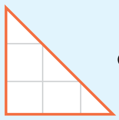


È sufficiente unire le tre figure in due modi diversi, ad esempio:



4 **Considera i poligoni A e B in figura. Verifica che A e B non sono equivalenti, quindi togli o aggiungi una parte a uno dei due poligoni in modo che risultino equivalenti.**



Il poligono A è formato da 36 quadretti.
Il poligono B è formato da 31 quadretti e mezzo: i due poligoni non sono equiscomponibili e quindi neppure equivalenti.
Possiamo eliminare dal poligono A oppure aggiungere al poligono B il triangolo  che ha area pari a 4 quadretti e mezzo.

5 **La somma degli angoli interni di un poligono è 900°. Determina il numero dei lati del poligono.**

La formula che fornisce la somma degli angoli interni di un poligono è $(n-2) \cdot 180°$, quindi:

$(n-2) \cdot 180° = 900°$

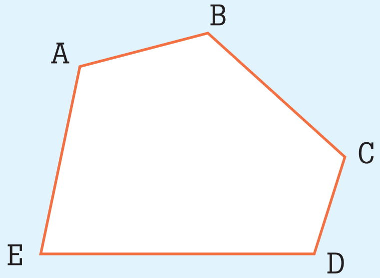
Dividiamo entrambi i termini per 180° e otteniamo:

$n-2 = 5$ da cui $n = 5 + 2 = 7$

Il poligono ha 7 lati.

6 **In un pentagono tre angoli sono congruenti e ampi ciascuno 100°. Determina le ampiezze degli altri due angoli sapendo che uno è i $\frac{3}{5}$ dell'altro.**

Il pentagono ha 5 lati, quindi possiamo trovare la somma dei suoi angoli interni:
$n = 5 \Rightarrow (n - 2) \cdot 180° = (5 - 2) \cdot 180° = 540°$

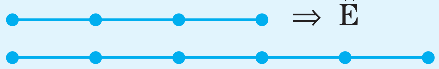


$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 100°$ $\quad \hat{E} = ?$

$\hat{E} = \frac{3}{5}\hat{D}$ $\quad \hat{D} = ?$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 540°$

$540° - 100° \cdot 3 = 240° \Rightarrow \hat{E} + \hat{D}$



$\Rightarrow \hat{E}$

$\Rightarrow \hat{D}$

$\hat{E} + \hat{D} \Rightarrow 3 + 5 = 8$ parti uguali
$240° : 8 = 30° \Rightarrow$ ampiezza di una delle parti
$30° \cdot 3 = 90° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo $\hat{E}$
$30° \cdot 5 = 150° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo $\hat{D}$

I triangoli

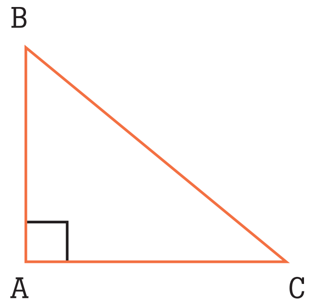
7 **Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

a V F L'insieme dei triangoli equilateri è un sottoinsieme dell'insieme dei triangoli isosceli.
b V F Un triangolo ottusangolo può essere isoscele.
c V F In un triangolo rettangolo l'ortocentro coincide con il vertice dell'angolo retto.
d V F In un triangolo esistono tre altezze.
e V F L'incentro è un punto equidistante dai lati del triangolo.
f V F Un triangolo ottusangolo ha tre angoli ottusi.

a V Un triangolo equilatero ha i tre lati congruenti, quindi è un caso particolare di triangolo isoscele che per definirsi tale deve avere (almeno) due lati congruenti.
b V Un triangolo ottusangolo per definizione ha un angolo ottuso che è ampio più di 90° ma ciò non impedisce che possa avere due angoli congruenti e di conseguenza due lati congruenti. Ad esempio un triangolo con gli angoli ampi 100°, 40° e 40° è ottusangolo e isoscele.
c V L'ortocentro è il punto di incontro delle tre altezze di un triangolo, ma i cateti sono tra loro perpendicolari quindi sono due altezze del triangolo e si incontrano nel vertice dell'angolo retto, che quindi coincide con l'ortocentro.
d V L'altezza è il segmento di perpendicolare condotto da un vertice del triangolo al corrispondente lato opposto. Un triangolo ha tre lati e tre vertici quindi le altezze che si possono tracciare sono tre.
e V L'incentro è il punto di incontro delle tre bisettrici di un triangolo e la bisettrice di un angolo è l'insieme di tutti i punti equidistanti dai due lati dell'angolo.
f F La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre uguale a 180°, ogni angolo ottuso ha ampiezza maggiore di 90° e quindi la somma di due angoli ottusi supererebbe 180°: un triangolo può avere un solo angolo ottuso, ed in tal caso è appunto detto ottusangolo.

Risolvi i seguenti problemi sui triangoli.

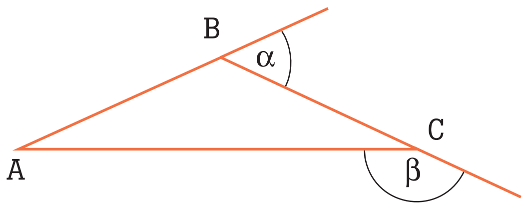
8 Calcola l'ampiezza di ciascun angolo esterno di un triangolo rettangolo sapendo che un suo angolo acuto è ampio 47°.



Gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono complementari, quindi $\hat{B} + \hat{C} = 90°$; poiché $\hat{B} = 47°$ segue che $\hat{C} = 90° - 47° = 43°$.
Gli angoli esterni sono i supplementari dei rispettivi angoli interni, quindi:

$180° - 90° = 90° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo esterno di $\hat{A}$
$180° - 47° = 133° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo esterno di $\hat{B}$
$180° - 43° = 137° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo esterno di $\hat{C}$

9 Due angoli esterni di un triangolo sono ampi rispettivamente 48° e 156°. Qual è l'ampiezza degli angoli interni del triangolo? Cosa puoi dire del triangolo ABC?



$\alpha = 48°$ $\hat{A} = ?$
$\beta = 156°$ $\hat{B} = ?$
$\hat{C} = ?$

Gli angoli interni sono i supplementari dei rispettivi angoli esterni, quindi:

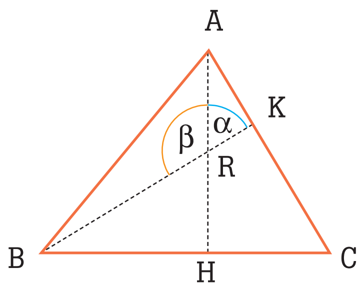
$180° - 48° = 132° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo $\hat{B}$
$180° - 156° = 24° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo $\hat{C}$

La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre 180°, quindi:

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
$\hat{A} = 180° - \hat{B} - \hat{C} = 180° - 132° - 24° = 24°$

Gli angoli $\hat{A}$ e $\hat{C}$ sono congruenti, quindi il triangolo ABC è isoscele sulla base AC.

10 Calcola l'ampiezza degli angoli formati dalle due altezze AH e BK del triangolo acutangolo ABC, sapendo che l'angolo $\hat{C}$ è ampio 59°.



$\hat{C} = 59°$ $\alpha = ?$
$\beta = ?$

L'angolo $A\hat{H}C$ è retto perché AH è un'altezza del triangolo.

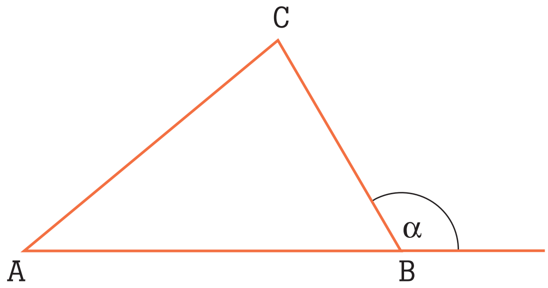
L'angolo $R\hat{A}K$ è complementare dell'angolo $\hat{C}$, quindi $R\hat{A}K = 90° - 59° = 31°$.

L'angolo $R\hat{K}A$ è retto perché BK è un'altezza del triangolo, quindi l'angolo $A\hat{R}K$ è complementare di $R\hat{A}K$, perciò $A\hat{R}K = 90° - R\hat{A}K = 90° - 31° = 59°$.

L'angolo $A\hat{R}B$ è supplementare di $A\hat{R}K$, quindi $A\hat{R}B = 180° - 59° = 121°$.

Gli angoli formati dalle due altezze AH e BK sono α e β e sono ampi rispettivamente 59° e 121°.

11 In un triangolo un angolo esterno è ampio 100°; i due angoli interni non adiacenti sono uno i $\frac{2}{3}$ dell'altro. Determina l'ampiezza di ciascun angolo interno del triangolo.



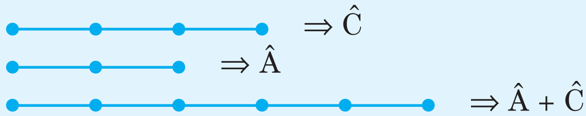
$\alpha = 100°$

$\hat{A} = \frac{2}{3}\hat{C}$

L'angolo interno $\hat{B}$ è supplementare dell'angolo esterno α, quindi $\hat{B} = 180° - 100° = 80°$.
La somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a 180°, perciò:

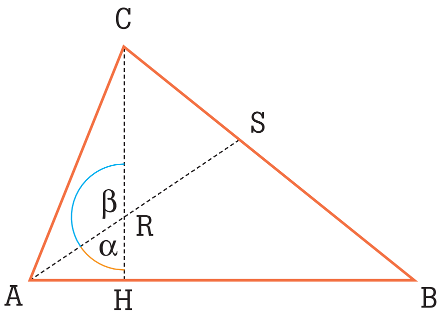
$\hat{A} + \hat{C} = 180° - \hat{B} = 180° - 80° = 100°$

Se $\hat{A} = \frac{2}{3}\hat{C}$ possiamo rappresentare la situazione graficamente:



$100° : 5 = 20° \Rightarrow$
$20° \cdot 3 = 60° \Rightarrow \hat{C}$
$20° \cdot 2 = 40° \Rightarrow \hat{A}$

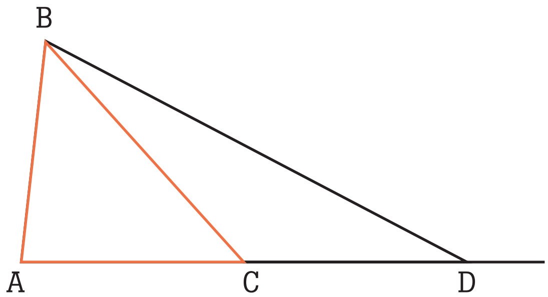
12 In un triangolo acutangolo l'angolo $\hat{A}$ è ampio 68°. Calcola l'ampiezza degli angoli che l'altezza relativa al lato AB forma con la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$.



$\hat{A} = 68°$ $\quad \alpha = ?$
$C\hat{A}S = S\hat{A}B$ $\quad \beta = ?$

La bisettrice AS divide l'angolo $\hat{A}$ in due parti uguali, quindi:
$S\hat{A}B = \frac{1}{2}\hat{A} = 68° \cdot \frac{1}{2} = 34°$
Il triangolo ARH è rettangolo in H perché CH è l'altezza relativa a AB, quindi $\alpha = A\hat{R}H$ è complementare di $R\hat{A}H$, perciò $\alpha = A\hat{R}H = 90° - 34° = 56°$.
L'angolo β è supplementare di α, quindi:
$\beta = C\hat{R}A = 180° - 56° = 124°$.
Gli angoli formati dall'altezza CH e dalla bisettrice AS sono ampi 56° e 124°.

13 I due angoli $B\hat{A}C$ e $A\hat{B}C$ di un triangolo ABC sono ampi rispettivamente 84° e 47°. Prolunga il lato AC (dalla parte di C) e congiungi il vertice B con un punto D di questo prolungamento in modo che l'angolo $A\hat{D}B$ sia ampio 28°. Calcola l'ampiezza dell'angolo $C\hat{B}D$.



$B\hat{A}C = 84°$ $\quad A\hat{D}B = 28°$
$A\hat{B}C = 47°$ $\quad C\hat{B}D = ?$

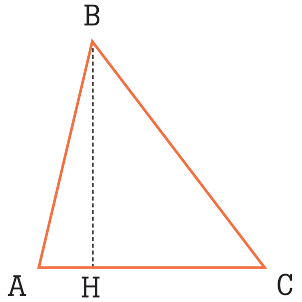
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180° \Rightarrow \hat{C} = 180° - 84° - 47° = 49°$

$B\hat{C}D$ è supplementare di $B\hat{C}A$, quindi:

$B\hat{C}D = 180° - 49° = 131°$

$C\hat{B}D = 180° - B\hat{C}D - A\hat{D}B = 180° - 131° - 28° = 21°$

14 Calcola l'area di un triangolo sapendo che la somma della base e dell'altezza è uguale a 51 cm, mentre la base è i $\frac{9}{8}$ dell'altezza.



$AC + BH = 51$ cm

$AC = \frac{9}{8}\,BH \qquad A_{ABC} = ?$

$\frac{9}{8} + \frac{8}{8} = \frac{17}{8} \Rightarrow$ AC + BH espresso come frazione di BH

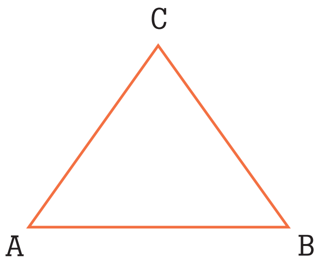
51 cm : 17 = 3 cm valore di $\frac{1}{8}$ di BH

$3 \text{ cm} \cdot 9 = 27 \text{ cm} \Rightarrow AC$

$3 \text{ cm} \cdot 8 = 24 \text{ cm} \Rightarrow BH$

$$A_{ABC} = \frac{AC \cdot BH}{2} = \frac{27 \cdot 24}{2} \text{ cm}^2 = 324 \text{ cm}^2$$

15 In un triangolo isoscele il perimetro è lungo 120 cm e la base ne è i $\frac{5}{12}$.
Calcola quanto è lungo ciascun lato.



$2p_{ABC} = 120$ cm

$AB = \frac{5}{12}\,2p$

$AC = BC = ?$

$AB = ?$

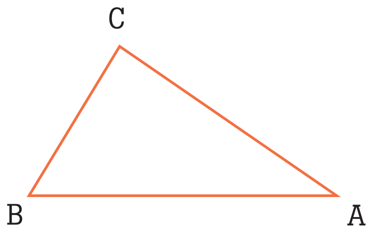
$AB = 120 \text{ cm} \cdot \frac{5}{12} = 50$ cm

Il triangolo ABC ha AC = BC perché è isoscele, quindi:

$$BC = AC = \frac{2p - AB}{2} = \frac{120 - 50}{2} \text{ cm} = 35 \text{ cm}$$

I lati sono quindi AB = 50 cm e AC = BC = 35 cm.

16 Nel triangolo scaleno ABC la base AB è lunga 16 cm e il lato BC 8 cm; sapendo che il lato AC è uguale alla semisomma dei due lati, trova il perimetro del triangolo.



$AB = 16$ cm

$BC = 8$ cm

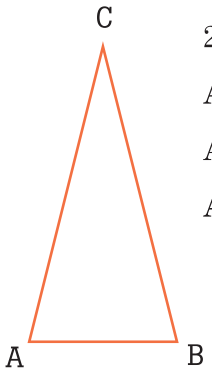
$AC = \frac{AB + BC}{2}$

$2p_{ABC} = ?$

$AC = \frac{16 + 8}{2} \text{ cm} = 12$ cm

$2p = 16 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 36$ cm

17 In un triangolo isoscele il perimetro è lungo 60 cm; calcola la lunghezza dei lati sapendo che il lato obliquo è il doppio della base.

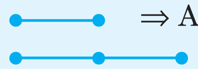


$2p = 60$ cm

$AC = CB = 2AB$

$AC = CB = ?$

$AB = ?$



$\Rightarrow AB$

$\Rightarrow AC = CB$

$2p = AB + AC + CB \Rightarrow 1 + 2 + 2 = 5$ parti uguali

60 cm : 5 = 12 cm $\Rightarrow$ lunghezza di una delle parti uguali

$12 \text{ cm} \cdot 1 = 12 \text{ cm} \Rightarrow AB$

$12 \text{ cm} \cdot 2 = 24 \text{ cm} \Rightarrow AC = CB$

I quadrilateri

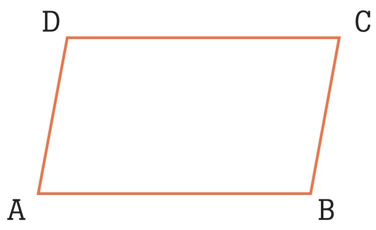
18 **Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

- **a** V F Tutti i trapezi hanno le diagonali congruenti.
- **b** V F Gli angoli adiacenti a ciascuna base di un trapezio isoscele sono supplementari.
- **c** V F Un parallelogramma avente le diagonali congruenti è un rettangolo.
- **d** V F I rettangoli sono parallelogrammi particolari.
- **e** V F Tutti i quadrati sono rombi.
- **f** V F Il quadrato è l'unico quadrilatero regolare.
- **g** V F Le diagonali di un parallelogramma possono essere bisettrici degli angoli.

- **a** F Nel trapezio scaleno e nel trapezio rettangolo le diagonali non sono congruenti. Solo il trapezio isoscele, cioè quello che ha due lati obliqui congruenti, ha le diagonali congruenti.
- **b** F Tali angoli sono congruenti mentre sono supplementari, in ogni trapezio, gli angoli adiacenti a ciascun lato obliquo in quanto risultano essere angoli coniugati interni rispetto alle due rette parallele sostegno delle basi del trapezio rispetto alla retta trasversale sostegno del lato.
- **c** V In particolare osserviamo che anche il quadrato (che è un rettangolo particolare) ha le diagonali congruenti.
- **d** V Tutti i rettangoli hanno i lati congruenti e paralleli a due a due e gli angoli opposti congruenti, quindi sono parallelogrammi particolari perché gli angoli sono tutti e quattro congruenti.
- **e** V Un parallelogramma è un rombo se ha i lati congruenti, le diagonali perpendicolari tra loro e bisettrici dei rispettivi angoli. Il quadrato ha tutte queste caratteristiche quindi è un rombo.
- **f** V Un poligono è regolare se ha i lati e gli angoli congruenti: il quadrilatero che ha quattro angoli e quattro lati congruenti è il quadrato.
- **g** V Il quadrato e il rombo sono dei parallelogrammi e in entrambi i casi le loro diagonali sono bisettrici dei rispettivi angoli.

Risolvi i seguenti problemi sui quadrilateri.

19 Determina l'ampiezza di ciascun angolo di un parallelogramma sapendo che uno di essi è i $\frac{5}{4}$ dell'altro angolo adiacente allo stesso lato.



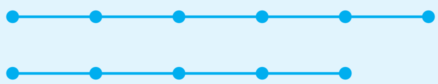
$A\hat{B}C = \frac{5}{4} B\hat{C}D$

$\hat{A} = ?$ $\hat{B} = ?$ $\hat{C} = ?$ $\hat{D} = ?$

In un parallelogramma gli angoli opposti sono congruenti, quindi $\hat{B} = \hat{D}$ e $\hat{A} = \hat{C}$.

$\hat{B} = \hat{D} \Rightarrow$

$\hat{C} = \hat{A} \Rightarrow$

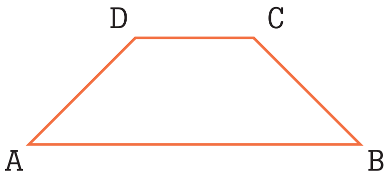


La somma degli angoli interni di un quadrilatero è uguale a 360°, quindi:

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} \Rightarrow 4 + 5 + 4 + 5 = 18$ parti uguali

$360° : 18 = 20° \Rightarrow$ ampiezza di ciascuna parte
$20° \cdot 5 = 100° \Rightarrow$ ampiezza di $\hat{B} = \hat{D}$
$20° \cdot 4 = 80° \Rightarrow$ ampiezza di $\hat{A} = \hat{C}$

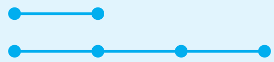
20 In un trapezio isoscele ciascun angolo adiacente alla base minore è triplo di ciascun angolo adiacente alla base maggiore. Determina l'ampiezza di ciascun angolo del trapezio.



$A\hat{D}C = B\hat{C}D = 3C\hat{B}A$
$\hat{A} = ?$
$\hat{B} = ?$
$\hat{C} = ?$
$\hat{D} = ?$

Nel trapezio isoscele gli angoli adiacenti alla base maggiore sono congruenti come pure gli angoli adiacenti alla base minore: $D\hat{A}B = A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C = B\hat{C}D$

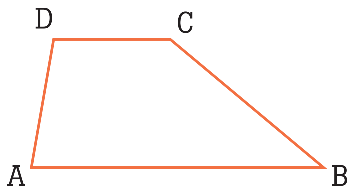
$D\hat{A}B = A\hat{B}C \Rightarrow$
$A\hat{D}C = B\hat{C}D \Rightarrow$



La somma degli angoli interni di un quadrilatero è uguale a 360°, quindi:

$1 + 1 + 3 + 3 = 8 \Rightarrow$ parti uguali che formano 360°
$360° : 8 = 45° \Rightarrow$ ampiezza di ciascuna parte
$D\hat{A}B = A\hat{B}C = 45°$
$A\hat{D}C = B\hat{C}D = 45° \cdot 3 = 135°$

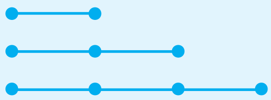
21 La somma delle ampiezze degli angoli adiacenti alla base maggiore di un trapezio è uguale a 120° e uno dei due angoli è la metà dell'altro. Trova le ampiezze degli angoli adiacenti alla base minore e giustifica la tua risposta.



$\hat{A} + \hat{B} = 120°$ e $\hat{B} = \frac{1}{2}\hat{A}$

$\hat{D} = ?$ $\hat{C} = ?$

$\hat{B} \Rightarrow$
$\hat{A} \Rightarrow$
$\hat{A} + \hat{B} \Rightarrow$

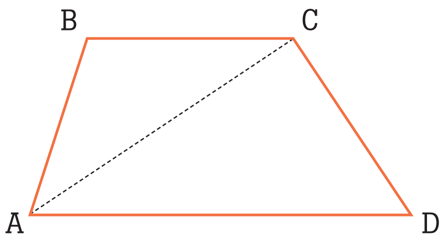


$120° : 3 = 40° \Rightarrow$ ampiezza di una delle parti
$40° \cdot 1 = 40° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo $\hat{B}$
$40° \cdot 2 = 80° \Rightarrow$ ampiezza dell'angolo $\hat{A}$

Gli angoli adiacenti alla base minore sono supplementari rispettivamente di $\hat{A}$ e $\hat{B}$.

$\hat{D} = 180° - \hat{A} = 180° - 80° = 100°$
$\hat{C} = 180° - \hat{B} = 180° - 40° = 140°$

22 In un trapezio scaleno ABCD l'angolo $\hat{A}$ è ampio 72°; la diagonale minore AC forma con la base maggiore AD un angolo ampio 34° ed è perpendicolare al lato obliquo CD. Calcola l'ampiezza di ciascuno degli angoli del trapezio.



$\hat{A} = 72°$
$C\hat{A}D = 34°$
$A\hat{C}D = 90°$
$\hat{B} = ?$ $\hat{C} = ?$ $\hat{D} = ?$

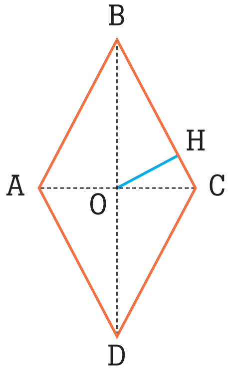
La somma degli angoli interni del triangolo ACD è uguale a 180°, quindi:

$C\hat{D}A = 180° - A\hat{C}D - C\hat{A}D = 180° - 90° - 34° = 56°$

Gli angoli adiacenti ai lati obliqui sono supplementari, quindi:

$\hat{A} + \hat{B} = 180° \Rightarrow \hat{B} = 180° - \hat{A} = 180° - 72° = 108°$
$\hat{C} + \hat{D} = 180° \Rightarrow \hat{C} = 180° - \hat{D} = 180° - C\hat{D}A =$
$= 180° - 56° = 124°$

23 In un rombo ABCD la semidiagonale maggiore BO forma con l'altezza OH del triangolo BOC un angolo ampio 62°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo del rombo.



$B\hat{O}H = 62°$

$\hat{A} = ?$ $\hat{B} = ?$ $\hat{C} = ?$ $\hat{D} = ?$

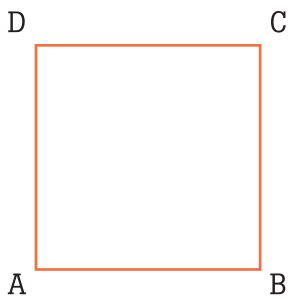
OH è un'altezza del triangolo BOC, quindi $O\hat{H}C = 90°$; $B\hat{O}C$ è un angolo retto perché le diagonali di un rombo sono tra loro perpendicolari.
In un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari, quindi:

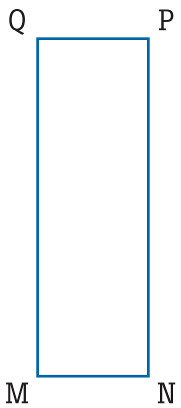
$O\hat{B}H = 90° - B\hat{O}H = 90° - 62° = 28°$
$O\hat{C}B = 90° - O\hat{B}C = 90° - 28° = 62°$

Le diagonali di un rombo sono bisettrici degli angoli, perciò:

$B\hat{C}D = B\hat{A}D = 2\ O\hat{C}B = 2 \cdot 62° = 124°$
$A\hat{B}C = A\hat{D}C = 2\ O\hat{B}C = 2 \cdot 28° = 56°$

24 Un quadrato ha il lato lungo 30 cm. Calcola la lunghezza dell'altezza di un rettangolo isoperimetrico al quadrato e con la base lunga 15 cm.





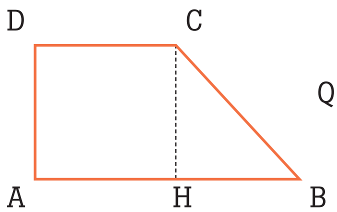
AB = 30 cm
$2p_{ABCD} = 2p_{MNPQ}$
MN = 15 cm
PN = ?

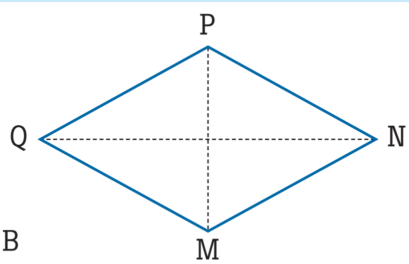
I due poligoni sono isoperimetrici, cioè hanno lo stesso perimetro:

$2p_{ABCD} = (30 \cdot 4)\text{ cm} = 120\text{ cm}$
$2MN + 2PN = 120\text{ cm}$
$2 \cdot 15\text{ cm} + 2PN = 120\text{ cm}$
$30\text{ cm} + 2PN = 120\text{ cm}$
$2PN = 120\text{ cm} - 30\text{ cm} = 90\text{ cm}$

$PN = \frac{90}{2}\text{ cm} = 45\text{ cm}$

25 Un trapezio rettangolo è diviso dalla sua altezza in un quadrato con il lato lungo 8 cm e in un triangolo rettangolo con l'ipotenusa lunga 10 cm. Sapendo che la differenza delle basi del trapezio è lunga 6 cm, calcola il perimetro del trapezio e il perimetro di un rombo il cui lato è $\frac{8}{7}$ della base maggiore del trapezio.





AH = HC = CD = AD = 8 cm

$PQ = QM = MN = NP = \frac{8}{7}AB$

CB = 10 cm

AB – DC = 6 cm

$2p_{ABCD} = ?$ $2p_{MNPQ} = ?$

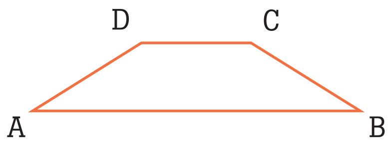
Sapendo che AB – DC = 6 cm abbiamo che:

AB = DC + 6 cm
AB = 8 cm + 6 cm = 14 cm
$2p_{ABCD} = (8 + 8 + 10 + 14)\text{ cm} = 40\text{ cm}$

$QP = 14\text{ cm} \cdot \frac{8}{7} = 16\text{ cm}$

$2p_{MNPQ} = 16\text{ cm} \cdot 4 = 64\text{ cm}$

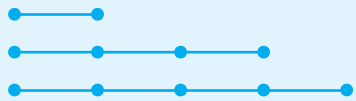
26 Il perimetro di un trapezio isoscele è lungo 26 dm e ciascun lato obliquo è lungo 5 dm. Determina la lunghezza di ciascuna base sapendo che una è il triplo dell'altra.



$2p_{ABCD} = 26$ dm
BC = AD = 5 dm
AB = 3DC
AB = ? DC = ?

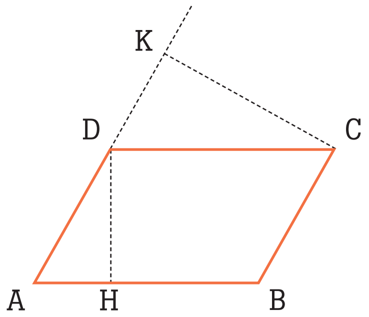
AB + DC = $2p$ – CB – AD = (26 – 5 – 5) dm = 16 dm

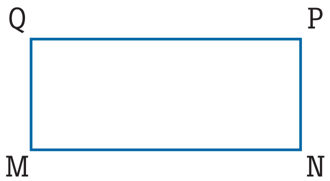
DC ⇒
AB ⇒
AB + DC ⇒



16 dm : 4 = 4 dm ⇒ DC
4 dm · 3 = 12 dm ⇒ AB

27 Un parallelogramma che ha due lati consecutivi lunghi rispettivamente 10 m e 15 m è equivalente a un rettangolo. Il perimetro del rettangolo è lungo 34 m e la base è lunga 12 m. Calcola la lunghezza delle due altezze del parallelogramma.





AB = 10 m
BC = 15 m
$A_{ABCD} = A_{MNPQ}$
$2p_{MNPQ} = 34$ m
MN = 12 m
DH = ?
CK = ?

$$\frac{2p_{MNPQ} - 2 \cdot MN}{2} =$$
$$= \frac{34 - 12 \cdot 2}{2} \text{ m} = 5 \text{ m} \Rightarrow NP$$
$$A_{MNPQ} = (12 \cdot 5)\ \text{m}^2 = 60\ \text{m}^2$$

L'area del parallelogramma è $A = b \cdot h$.

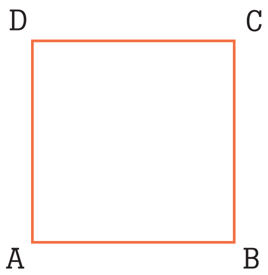
Se la base è AB abbiamo:

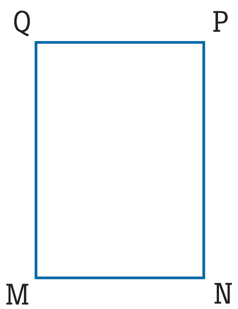
$$DH = \frac{A}{AB} = \frac{60}{10} \text{ m} = 6 \text{ m}$$

Se la base è BC abbiamo:

$$CK = \frac{A}{BC} = \frac{60}{15} \text{ m} = 4 \text{ m}$$

28 Un rettangolo e un quadrato sono isoperimetrici. Sapendo che il lato del quadrato è lungo 180 cm e che l'altezza del rettangolo è $\frac{7}{5}$ della base, calcola l'area del rettangolo.





$2p_{ABCD} = 2p_{MNPQ}$

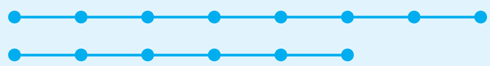
AB = 180 cm

$NP = \frac{7}{5}$ MN

A_{MNPQ} = ?

180 cm · 4 = 720 cm ⇒ $2p_{ABCD}$

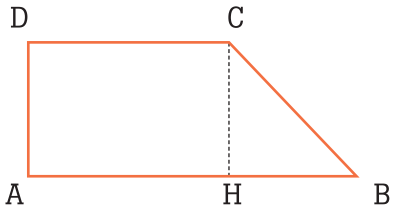
NP ⇒
MN ⇒



$2p_{MNPQ}$ ⇒ 7 · 2 + 5 · 2 = 24 parti uguali
720 cm : 24 = 30 cm ⇒ lunghezza di una parte
30 cm · 7 = 210 cm ⇒ NP
30 cm · 5 = 150 cm ⇒ MN

A_{MNPQ} = 210 cm · 150 cm = 31 500 cm^2

29 Un trapezio rettangolo ha l'angolo acuto adiacente alla base maggiore ampio 45°. Calcola l'area del trapezio sapendo che la base maggiore e l'altezza sono lunghe rispettivamente 28 cm e 10 cm.



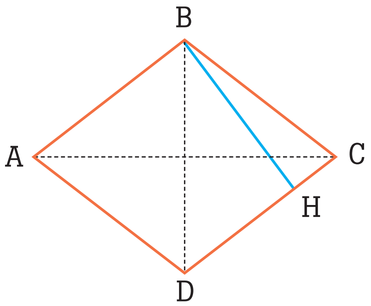
$\hat{B} = 45°$ $CH = 10$ cm
$AB = 28$ cm $A_{ABCD} = ?$

Il triangolo CHB è rettangolo in H. Poiché l'angolo $\hat{B}$ è ampio 45°, l'angolo $\hat{C}$, che è il suo complementare, è ampio anch'esso 45°, quindi il triangolo BHC è rettangolo e isoscele con CH = HB = 10 cm.

DC = AB – HB = 28 cm – 10 cm = 18 cm

$$A_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot CH}{2} = \frac{(28 + 18) \cdot 10}{2} \text{ cm}^2 = 230 \text{ cm}^2$$

30 Le diagonali di un rombo sono lunghe rispettivamente 8,4 cm e 11,2 cm. Calcola il suo perimetro sapendo che l'altezza relativa a uno dei lati è lunga 6,72 cm.



BD = 8,4 cm
AC = 11,2 cm
BH = 6,72 cm
$2p_{ABCD} = ?$

$$A_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{11{,}2 \cdot 8{,}4}{2} \text{ cm}^2 = 47{,}04 \text{ cm}^2$$

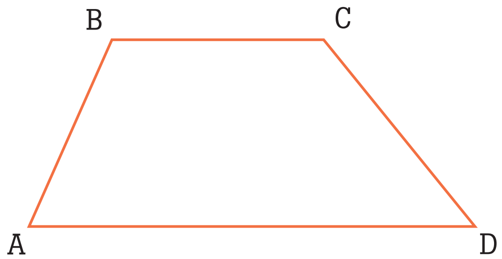
Il rombo è un parallelogramma, quindi la sua area si può calcolare come prodotto di un lato per la lunghezza della relativa altezza.

$A_{ABCD} = DC \cdot BH$ da cui ricaviamo:

$$DC = \frac{A}{BH} = \frac{47{,}04}{6{,}72} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$2p_{ABCD} = 7 \text{ cm} \cdot 4 = 28$ cm

31 Il perimetro di un trapezio è lungo 9,1 cm, la base maggiore è lunga 3,5 cm e uno dei lati obliqui è i $\frac{4}{7}$ della base maggiore. Determina la lunghezza della base minore e dell'altro lato obliquo sapendo che sono congruenti.



$2p = 9{,}1$ cm

AD = 3,5 cm

$CD = \frac{4}{7}$ AB

BC = AB = ?

$CD = \frac{4}{7} \cdot 3{,}5 \text{ cm} = 2$ cm

BC + BA = 9,1 cm – 2 cm – 3,5 cm = 3,6 cm

$BC = AB = \frac{3{,}6}{2} \text{ cm} = 1{,}8$ cm