SEZ. C

L'insieme $\mathbb{Q}^+$

- Le frazioni
- Operazioni con le frazioni
- Problemi con le frazioni

Le frazioni

Indica la risposta esatta.

1 **In una frazione il numeratore indica:**

a in quante parti si divide l'unità.
b quanti interi si considerano.
c quante parti si considerano.

Consideriamo, ad esempio, la frazione $\frac{4}{5}$: il numeratore è 4 e il denominatore è 5.
La frazione $\frac{4}{5}$ dice che l'intero è stato diviso in 5 parti uguali e che se ne considerano 4. La risposta esatta è c.

2 **La frazione di un numero n si calcola:**

a dividendo n per il numeratore e moltiplicando il risultato per il denominatore.
b dividendo n per il denominatore e moltiplicando il risultato per il numeratore.
c dividendo n prima per il denominatore e poi per il numeratore.

Se il numero n è 10 e vogliamo determinare i $\frac{3}{5}$ di n, dobbiamo dividere l'intero $n = 10$ in 5 parti e moltiplicare il risultato per 3.
La risposta esatta è b.

3 **Una frazione impropria è una frazione in cui:**

a il denominatore è minore del numeratore.
b il numeratore è minore del denominatore.
c numeratore e denominatore sono maggiori di 1.

Una frazione è impropria se il numeratore è maggiore del denominatore. Se poi il numeratore è multiplo del denominatore, la frazione viene detta apparente. La risposta esatta è a.

4 **Una frazione propria è:**

a maggiore o uguale all'unità.
b minore dell'unità.
c multipla di un intero.

Una frazione propria ha il numeratore minore del denominatore, quindi la risposta esatta è b.

5 **La frazione $\frac{1}{8}$ indica:**

a il numero ordinale "ottavo".
b l'intero in forma di frazione.
c una unità frazionaria.

Se una frazione propria ha per numeratore il numero 1, essa si chiama unità frazionaria, quindi la risposta esatta è c.

6 **Un intero contiene esattamente sei unità frazionarie uguali; in quante parti è stato diviso l'intero?**

a Una.
b Sei.
c Tre.

Se l'intero è stato diviso in 6 parti uguali ciascuna di esse vale $\frac{1}{6}$, quindi la risposta esatta è b.

7 **Per ottenere una frazione equivalente ad una frazione data si può:**

a dividere il denominatore per il numeratore, purché sia diverso da zero.
b moltiplicare numeratore e denominatore per uno stesso numero diverso da zero.
c moltiplicare numeratore e denominatore per se stessi.

Le frazioni equivalenti tra loro indicano la stessa quantità. Per determinare frazioni equivalenti ad una frazione data, basta moltiplicare o dividere il numeratore e il denominatore per uno stesso valore diverso da 0. La risposta esatta è **b**.

8 **Una frazione equivalente a $\frac{5}{7}$ è:**

a $\frac{50}{7}$ **b** $\frac{10}{14}$ **c** $\frac{25}{49}$

La risposta esatta è **b** perché nella frazione $\frac{5}{7}$ si è moltiplicato numeratore e denominatore per 2.

9 **La frazione reciproca della frazione $\frac{2}{3}$ è:**

a $\frac{3}{2}$ **b** $\frac{4}{9}$ **c** $\frac{1}{6}$

La frazione $\frac{N}{D}$ ha come reciproca o inversa la frazione $\frac{D}{N}$, in cui sono stati scambiati numeratore e denominatore, quindi la risposta esatta è **a**.

10 **Date le frazioni $\frac{5}{9}, \frac{13}{5}, \frac{18}{9}, \frac{1}{6}, \frac{7}{3}, \frac{11}{11}$, indica quali sono proprie, quali improprie e quali apparenti.**

$\frac{5}{9}$ propria perché $5 < 9$; $\frac{13}{5}$ impropria perché $13 > 5$; $\frac{18}{9}$ apparente perché 18 è multiplo di 9 secondo il numero 2; $\frac{1}{6}$ propria perché $1 < 6$; $\frac{7}{3}$ impropria perché $7 > 3$; $\frac{11}{11}$ apparente perché 11 è multiplo di 11 secondo il numero 1.

11 **Scrivi le reciproche delle seguenti frazioni.**

a $\frac{9}{10}$ **b** $\frac{1}{8}$ **c** $\frac{25}{37}$
d 4 **e** $\frac{1}{27}$ **f** 1

Per ottenere le frazioni reciproche di quelle date, basta scambiare il numeratore con il denominatore; quindi si ha:

a $\frac{10}{9}$; **b** $\frac{8}{1} = 8$; **c** $\frac{37}{25}$; **d** $\frac{1}{4}$; **e** $\frac{27}{1} = 27$; **f** $\frac{1}{1} = 1$.

12 **Se un segmento b è $\frac{5}{9}$ di un segmento a, il segmento a si può ottenere da b operando con la frazione:**

a $\frac{1}{9}$ **b** $\frac{9}{5}$ **c** $\frac{15}{3}$

$b = \frac{5}{9}a$ significa che l'intero a è stato diviso in 9 parti uguali e se ne sono considerate 5; per determinare a dividiamo la lunghezza del segmento b in 5 parti uguali e moltiplichiamo il risultato per 9; allo stesso risultato si giunge moltiplicando la misura del segmento b per l'inverso della frazione data, cioè $\frac{9}{5}$. La risposta esatta è **b**.

13 **È data una quantità b; spiega qual è il significato della scrittura $a = \frac{2}{3}b$.**
Da quante parti è formato b? Da quante parti è formato a?

Nella scrittura $a = \frac{2}{3}b$, l'intero b è stato diviso in 3 parti uguali (quindi b è formato da 3 parti) e a è formato da 2 di queste parti.

14 **Semplifica la frazione $\frac{48}{84}$.**

Possiamo operare in due modi.

1° Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi:

$48 = 2^4 \cdot 3$ $\quad$ $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ $\quad$ quindi possiamo scrivere:

$\frac{48}{84} = \frac{2^4 \cdot 3}{2^2 \cdot 3 \cdot 7}$ $\quad$ semplifichiamo e otteniamo:

$\frac{48}{84} = \frac{2^2}{7} = \frac{4}{7}$ $\quad$ che è la frazione ridotta ai minimi termini.

2° Dividiamo successivamente numeratore e denominatore per uno stesso numero:

$$\frac{48}{84} \xrightarrow{:2} \frac{24}{42} \xrightarrow{:2} \frac{12}{21} \xrightarrow{:3} \frac{4}{7}$$

15 **Semplifica le seguenti frazioni.**

a $\frac{39}{65}$ $\quad$ **b** $\frac{48}{144}$ $\quad$ **c** $\frac{44}{20}$

a $\frac{39}{65} \xrightarrow{:13} \frac{3}{5}$ $\quad$ **b** $\frac{48}{144} \xrightarrow{:4} \frac{12}{36} \xrightarrow{:4} \frac{3}{9} \xrightarrow{:3} \frac{1}{3}$ $\quad$ **c** $\frac{44}{20} \xrightarrow{:4} \frac{11}{5}$

16 **Riduci al minimo comune denominatore le frazioni di ciascuno dei seguenti gruppi.**

a $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}$

b $\frac{1}{10}, \frac{1}{6}, \frac{14}{15}$

c $\frac{15}{9}, \frac{7}{12}, \frac{24}{36}$

a Per ridurre al minimo comune denominatore è necessario calcolare il m.c.m. dei denominatori e trovare le frazioni equivalenti a quelle date aventi come denominatore il m.c.m. stesso. Il m.c.m. di 3, 6, 8 è 24.

$24 : 3 = 8 \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{16}{24}$

$24 : 6 = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$

$24 : 8 = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$

b $\frac{1}{10}, \frac{1}{6}, \frac{14}{15} \Rightarrow$ m.c.m.(10, 6, 15) = 30 $\Rightarrow \frac{3}{30}, \frac{5}{30}, \frac{28}{30}$

c In questo caso si osserva che le frazioni $\frac{15}{9}$ e $\frac{24}{36}$ sono riducibili,

quindi è conveniente prima semplificarle ottenendo: $\frac{5}{3}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$.

$\frac{5}{3}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3} \Rightarrow$ m.c.m.(3, 12, 3) = 12 $\Rightarrow \frac{20}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}$

17 **Confronta le frazioni $\frac{9}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{30}, \frac{7}{3}$ e scrivile in ordine crescente.**

Per confrontare le frazioni è necessario ridurle allo stesso denominatore.
m.c.m.(2, 4, 2, 30, 3) = 60, quindi le frazioni date sono, nell'ordine, equivalenti a

$$\frac{270}{60}, \frac{75}{60}, \frac{90}{60}, \frac{2}{60}, \frac{140}{60}.$$

Ora possiamo confrontare le frazioni e disporle in ordine crescente semplicemente guardando i rispettivi numeratori:

$\frac{2}{60}, \frac{75}{60}, \frac{90}{60}, \frac{140}{60}, \frac{270}{60}$, quindi le frazioni date vanno così ordinate: $\frac{1}{30}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{2}$.

Operazioni con le frazioni

Indica la risposta esatta.

18 **Per calcolare la somma o la differenza di due frazioni, è necessario che queste:**

a abbiano lo stesso numeratore.
b abbiano lo stesso denominatore.
c siano equivalenti.

La risposta corretta è **b**, infatti la somma o differenza di frazioni equivale alla somma o alla differenza di parti di un intero: per calcolarle è necessario che gli interi siano divisi nello stesso numero di parti, quindi i denominatori devono essere uguali.

19 **Per calcolare la somma o la differenza di due frazioni con denominatore diverso è necessario:**

a ridurle al denominatore più grande presente nelle frazioni date.
b trasformarle in frazioni equivalenti alle date e che abbiano come denominatore il minimo comune denominatore.
c trasformarle in unità frazionarie.

La risposta corretta è **b** perché i denominatori delle frazioni da sommare o sottrarre devono essere uguali, ma per evitare calcoli elaborati è il m.c.m. dei denominatori il più piccolo numero in cui vanno divisi gli interi.

20 **Esegui le seguenti operazioni.**

a $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$

b $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=$

c $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=$

d $\frac{13}{6}-\frac{7}{4}=$

a Le frazioni hanno lo stesso denominatore, quindi basta sommare i numeratori: $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$.

b Le frazioni hanno lo stesso denominatore, quindi basta sottrarre i numeratori: $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$.

c m.c.m.(5, 7) = 35, quindi riducendo allo stesso denominatore si ha:
$$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{14+15}{35}=\frac{29}{35}.$$

d m.c.m.(6, 4) = 12, quindi riducendo allo stesso denominatore si ha:
$$\frac{13}{6}-\frac{7}{4}=\frac{26-21}{12}=\frac{5}{12}.$$

21 **Il prodotto di due frazioni è una frazione che ha:**

a al denominatore il prodotto dei denominatori e al numeratore il prodotto dei numeratori.
b al numeratore il prodotto dei denominatori e al denominatore il prodotto dei numeratori.
c al numeratore il prodotto dei numeratori e al denominatore l'inverso dei denominatori.

La risposta corretta è **a**, inoltre nel prodotto tra frazioni prima di moltiplicare i numeratori e i denominatori, se possibile, si semplifica in croce.

22 **Esegui le seguenti moltiplicazioni.**

a $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=$

b $\frac{2}{15}\cdot\frac{27}{8}=$

c $\frac{5}{8}\cdot\frac{80}{10}\cdot\frac{25}{8}\cdot\frac{16}{15}=$

a Si eseguono subito le moltiplicazioni dei numeratori e dei denominatori perché non è possibile alcuna semplificazione: $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot5}{3\cdot7}=\frac{10}{21}$.

b Semplifichiamo tra numeratore e denominatore (in croce) e poi moltiplichiamo i risultati ottenuti: $\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{15}_{5}}\cdot\frac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{8}_{4}}=\frac{1}{5}\cdot\frac{9}{4}=\frac{9}{20}$.

c Semplifichiamo: $\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{8}_{1}}\cdot\frac{\cancel{80}^{1}}{\cancel{10}_{1}}\cdot\frac{25}{\cancel{8}_{1}}\cdot\frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{15}_{3}}=\frac{25\cdot2}{3}=\frac{50}{3}$.

23 **Il quoziente di due frazioni è:**

a il quoziente tra il reciproco della prima e la seconda.
b il prodotto della prima per il reciproco della seconda.
c il prodotto del reciproco della prima per la seconda.

La risposta esatta è **b**: ricorda che il reciproco di $\frac{a}{b}$ è $\frac{b}{a}$.
In parole meno tecniche e più semplici diciamo che per eseguire la divisione di due frazioni si moltiplica la prima per la seconda capovolta.

24 **Esegui le seguenti divisioni.**

a $\frac{2}{9}:\frac{8}{3}=$

b $\frac{8}{3}:\frac{1}{4}=$

c $2:\frac{8}{5}=$

d $\frac{4}{7}:16=$

e $\frac{2}{3}:\frac{9}{14}:\frac{63}{36}=$

a $\frac{2}{9}:\frac{8}{3}=\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{9}_{3}}\cdot\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{4}}=\frac{1}{12}$

b $\frac{8}{3}:\frac{1}{4}=\frac{8}{3}\cdot\frac{4}{1}=\frac{32}{3}$

c $2:\frac{8}{5}={}^{1}\cancel{2}\cdot\frac{5}{\cancel{8}_{4}}=\frac{5}{4}$

d $\frac{4}{7}:16=\frac{\cancel{4}^{1}}{7}\cdot\frac{1}{\cancel{16}_{4}}=\frac{1}{28}$

e $\frac{2}{3}:\frac{9}{14}:\frac{63}{36}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{9}_{1}}\cdot\frac{\cancel{36}^{4}}{\cancel{63}_{9}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{9}=\frac{16}{27}$

25 **La potenza di una frazione è una frazione:**

a che ha come numeratore l'esponente e come denominatore la base della potenza.
b che ha al numeratore la potenza del numeratore e al denominatore conserva il denominatore.
c che ha al numeratore la potenza del numeratore e al denominatore la potenza del denominatore.

La risposta corretta è **c**, cioè si eleva a potenza sia numeratore che denominatore. Ricorda che anche per le potenze delle frazioni valgono le stesse proprietà delle potenze di numeri naturali.

26 **Esegui i seguenti elevamenti a potenza.**

a $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

b $\left(\frac{1}{5}\right)^3 =$

c $\left(\frac{1}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^5 \cdot \frac{1}{7} =$

d $\left(\frac{3}{8}\right)^8 : \left(\frac{3}{8}\right)^5 =$

e $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^2 =$

f $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 =$

g $\left(\frac{2}{9}\right)^3 : \left(\frac{8}{3}\right)^3 =$

a $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ **b** $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{125}$

c Applico la proprietà $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ e ottengo:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^5 \cdot \frac{1}{7} = \left(\frac{1}{7}\right)^{4+5+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{10}$$

d Applico la proprietà $a^n : a^m = a^{n-m}$ e ottengo:

$$\left(\frac{3}{8}\right)^8 : \left(\frac{3}{8}\right)^5 = \left(\frac{3}{8}\right)^{8-5} = \left(\frac{3}{8}\right)^3 = \frac{27}{512}$$

e Applico la proprietà $\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$ e ottengo:

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4\cdot 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^8$$

f Applico la proprietà $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ e ottengo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2 = \frac{64}{225}$$

g Applico la proprietà $a^n : b^n = (a : b)^n$ e ottengo:

$$\left(\frac{2}{9}\right)^3 : \left(\frac{8}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{9} : \frac{8}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8}\right)^3 = \left(\frac{1}{12}\right)^3 = \frac{1}{1728}$$

27 **Nelle espressioni con le frazioni:**

a prima di eseguire qualunque calcolo si devono ridurre tutte le frazioni allo stesso denominatore.
b ha sempre la precedenza la divisione.
c si procede come nelle espressioni con i numeri naturali.

La risposta esatta è **c**, quindi nulla cambia nella risoluzione di una espressione con le frazioni; è solo necessario sapere come si eseguono le operazioni con le frazioni.

Risolvi le seguenti espressioni.

28 $1+\left\{\frac{13}{30}+\left[\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\right]\right\}-\left(3-\frac{8}{3}\right)+1=$

$$=1+\left\{\frac{13}{30}+\left[\frac{5+6}{30}-\frac{9-7}{15}\right]\right\}-\frac{9-8}{3}+1=$$

$$=1+\left\{\frac{13}{30}+\left[\frac{11}{30}-\frac{2}{15}\right]\right\}-\frac{1}{3}+1=$$

$$=1+\left\{\frac{13}{30}+\left[\frac{11-4}{30}\right]\right\}-\frac{1}{3}+1=$$

$$=1+\left\{\frac{13}{30}+\frac{7}{30}\right\}-\frac{1}{3}+1=$$

$$=1+\frac{20}{30}-\frac{1}{3}+1=$$

$$=\frac{30+20-10+30}{30}=\frac{70}{30}=\frac{7}{3}$$

29 $\frac{3}{2}:\left[\frac{11}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{3}-\left(1+\frac{9}{10}-\frac{23}{5}\cdot\frac{1}{4}\right)\right]=$

$$=\frac{3}{2}:\left[\frac{11}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{3}-\left(1+\frac{9}{10}-\frac{23}{20}\right)\right]=$$

$$=\frac{3}{2}:\left[\frac{11}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{3}-\left(\frac{20+18-23}{20}\right)\right]=$$

$$=\frac{3}{2}:\left[\frac{11}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{3}-\frac{\cancel{15}^{\,3}}{\cancel{20}_{\,4}}\right]=$$

$$=\frac{3}{2}:\left[\frac{11}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{3}-\frac{3}{4}\right]=$$

$$=\frac{3}{2}:\left[\frac{33-16+28-9}{12}\right]=$$

$$=\frac{3}{2}:\frac{36}{12}=\frac{3}{2}\cdot\frac{12}{36}=\frac{1}{2}$$

30

$$\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{8}:\left(1-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}\right]:\left[\frac{3}{5}+\left(2-\frac{1}{3}\right):\frac{5}{6}-\frac{1}{5}\right]=$$

$$=\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{8}:\left(\frac{4-3}{4}\right)+\frac{1}{2}\right]:\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{6-1}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}-\frac{1}{5}\right]=$$

$$=\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{8}:\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right]:\left[\frac{3}{5}+\frac{5}{3}\cdot\frac{6}{5}-\frac{1}{5}\right]=$$

$$=\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{8}\cdot\frac{4}{1}+\frac{1}{2}\right]:\left[\frac{3}{5}+2-\frac{1}{5}\right]=$$

$$=\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right]:\left[\frac{3+10-1}{5}\right]=$$

$$=\frac{4}{5}:\frac{12}{5}=\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{12}=\frac{1}{3}$$

31

$$\left\{1+\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{15}{17}-\frac{1}{2}\right]^2\right\}:\left(\frac{1}{2}\right)^2=$$

$$=\left\{1+\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{15}{17}-\frac{1}{2}\right]^2\right\}:\frac{1}{4}=$$

$$=\left\{1+\left[\left(\frac{15+20-18}{30}\right)\cdot\frac{15}{17}-\frac{1}{2}\right]^2\right\}:\frac{1}{4}=$$

$$=\left\{1+\left[\frac{17}{30}\cdot\frac{15}{17}-\frac{1}{2}\right]^2\right\}:\frac{1}{4}=$$

$$=\left\{1+\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right]^2\right\}:\frac{1}{4}=$$

$$=\left\{1+[0]^2\right\}:\frac{1}{4}=1:\frac{1}{4}=1\cdot 4=4$$

32

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2:\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]+\left[5+\left(\frac{5}{3}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]:\left(\frac{19}{6}\right)^2+\left(5-\frac{7}{2}\right)^2-\left(5-\frac{9}{2}\right)^2=$$

$$=\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2+2-4}\right]+\left[5+\frac{25}{9}+\frac{9}{4}\right]:\left(\frac{19}{6}\right)^2+\left(\frac{10-7}{2}\right)^2-\left(\frac{10-9}{2}\right)^2=$$

$$=\left[\left(\frac{2}{3}\right)^0\right]+\left[\frac{180+100+81}{36}\right]:\left(\frac{19}{6}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=$$

$$=1+\frac{361}{36}:\frac{361}{36}+\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=1+1+\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=\frac{4+4+9-1}{4}=\frac{16}{4}=4$$

33

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3-\left(\frac{2}{3}\right)^3+6\cdot\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2-9\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{2}{9}}{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2+\left(1+\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{27}{8}-\frac{8}{27}+6\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}-9\cdot\left(\frac{2+1}{2}\right)^2\cdot\frac{2}{9}}{\left(\frac{3-1}{3}\right)^2+\left(\frac{2+1}{2}\right)^2-2\cdot\left(\frac{3-1}{3}\right)\cdot\left(\frac{2+1}{2}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{27}{8}-\frac{8}{27}+2-9\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{2}{9}}{\frac{4}{9}+\frac{9}{4}-2\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}}=$$

$$=\frac{\frac{27}{8}-\frac{8}{27}+2-\frac{9}{2}}{\frac{4}{9}+\frac{9}{4}-2}=$$

$$=\frac{\frac{729-64+432-972}{216}}{\frac{16+81-72}{36}}=\frac{\frac{125}{216}}{\frac{25}{36}}=$$

$$=\frac{125}{216}:\frac{25}{36}=\frac{125}{216}\cdot\frac{36}{25}=\frac{5}{6}$$

Problemi con le frazioni

Risolvi i seguenti problemi.

34 In una scuola di 320 allievi i $\frac{3}{8}$ portano gli occhiali. Quanti allievi portano gli occhiali?

L'intero è dato dai 320 allievi; una parte, cioè $\frac{3}{8}$, porta gli occhiali; quindi siamo di fronte ad un problema fondamentale diretto perché dobbiamo trovare una parte dell'intero.

Avremo così: $320 : 8 \cdot 3 = 320 \cdot \frac{3}{8} = 120$. Gli allievi che portano gli occhiali sono 120.

35 L'aria è composta per circa $\frac{4}{5}$ da azoto e per il resto da ossigeno.

Quanti dm^3 di azoto sono contenuti in 3000 dm^3 di aria? Quanti di ossigeno?

L'intero è 3000 dm^3 di aria, $\frac{4}{5}$ rappresenta la parte di azoto: si tratta di un problema diretto.

$3000 \cdot \frac{4}{5} = 2400\ dm^3 \Rightarrow$ quantità di azoto presente in 3000 dm^3 di aria.

$3000 - 2400 = 600\ dm^3 \Rightarrow$ quantità di ossigeno presente in 3000 dm^3 di aria.

36 Roberta ha vinto i $\frac{3}{10}$ dei 40 cioccolatini contenuti in una scatola. Se le vengono consegnati 15 cioccolatini, questi corrispondono alla vincita?

Il problema è diretto, quindi: $40 \cdot \frac{3}{10} = 12 \Rightarrow$ numero di cioccolatini corrispondenti alla vincita.

I cioccolatini consegnati a Roberta non corrispondono alla vincita perché $15 \neq 12$.

37 Calcola il numero i cui $\frac{3}{4}$ corrispondono a 15.

Il numero 15 rappresenta i $\frac{3}{4}$ di un numero, cioè è una parte del numero da determinare.

Il problema è inverso.

$15 : 3 = 5 \Rightarrow$ valore corrispondente ad $\frac{1}{4}$ dell'intero.

$5 \cdot 4 = 20 \Rightarrow$ valore corrispondente a $\frac{4}{4}$ dell'intero, cioè all'intero stesso.

Le due operazioni possono essere sintetizzate in $15 : \frac{3}{4} = 15 \cdot \frac{4}{3} = 20$. Il numero cercato è 20.

38 Il peso di Mauro è i $\frac{5}{7}$ del peso di Franco; sapendo che Mauro pesa 40 kg, quanto pesa Franco?

Il problema è inverso. Il numero 40 rappresenta i $\frac{5}{7}$ dell'intero, quindi:

$40 : \frac{5}{7} = 40 \cdot \frac{7}{5} = 56 \Rightarrow$ valore corrispondente all'intero. Il peso di Franco è di 56 kg.

39 Un rivenditore di auto usate fa pagare ai suoi clienti $\frac{3}{5}$ del prezzo della vettura alla consegna e il resto a rate. Un signore compra un'automobile e alla consegna paga € 6000. Quanto costa l'automobile?

Il problema è inverso. Il numero 6000 rappresenta i $\frac{3}{5}$ dell'intero, quindi:

$6000 : \frac{3}{5} = 6000 \cdot \frac{5}{3} = 10\,000 \Rightarrow$ valore dell'intero. Il costo dell'auto è di 10 000 euro.