

L'insieme \mathbb{N} e l'insieme \mathbb{Z}

- Le cifre e i numeri
- Le quattro operazioni e le potenze in \mathbb{N}
- Le espressioni
- La misura e i problemi

● Le cifre e i numeri

1 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- a V F** 39 è un numero dispari.
b V F 112 è un numero pari.
c V F In 79, 9 è una cifra.
d V F 10 è una cifra.
e V F Il precedente di 1201 è 1200.
f V F Il successivo di 12988 è 12989.
g V F -3 è diverso da 3 e si scrive $-3 \neq 3$.
h V F Se $1 \leq a < 5$ allora a , con $a \in \mathbb{N}$, può essere 1, 2, 3, 4.
i V F Nel numero 488 la cifra 8 ha sia valore di decina sia valore di unità.
j V F I numeri interi relativi dispari maggiori di -5 e minori di $+6$ sono: $-3, -1, +1, +3, +5$.
k V F Con le cifre 2 e 4 si possono scrivere solo i seguenti numeri interi di due cifre: 24, 42, 22, 44.
l V F Nel numero 1033 la cifra 0 può essere tralasciata.
m V F Due numeri scritti con le stesse cifre sono uguali.
n V F Nel numero 7123 la cifra 1 vale 10.
o V F Nel sistema di numerazione decimale le cifre non hanno un valore fisso.
p V F Nel sistema di numerazione decimale si usano solo 9 cifre.
q V F Un numero non può essere formato da una sola cifra.
- a V** Perché l'ultima cifra, 9, è dispari.
b V Perché l'ultima cifra, 2, è pari.
c V Perché 9 è uno dei dieci simboli usati nel nostro sistema di numerazione.
d F Perché 1 e 0 sono cifre, 10 è un numero.
e V
f V
g V
h V Perché 1 è compreso (\leq) mentre 5 è escluso ($<$).
i V Perché 488 è uguale a 4 centinaia, 8 decine e 8 unità.
j V
k V Ognuna delle due cifre può essere un 2 o un 4.
l F Perché 0 in questa posizione rappresenta le centinaia.
m F Se ad esempio consideriamo 21 e 12, pur avendo le stesse cifre, essi sono diversi in quanto la cifra uguale occupa posizioni diverse.
n F Perché la cifra 1 vale 100.
o V Perché il valore dipende dalla posizione.
p F Perché i simboli, cioè le cifre, sono 10: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
q F Ad esempio 4 è una cifra, ma è anche un numero che rappresenta 4 unità.

2 Scegli la risposta esatta. Il numero 3,014:

- a** è maggiore di 3,2.
b è maggiore di 3.
c è maggiore di 3,14.
- Il numero 3,014 è formato da 3 unità, 0 decimi, 1 centesimo, 4 millesimi, quindi è maggiore di 3 che è formato da solo 3 unità, ma è minore di 3,2 che è formato da 3 unità e 2 decimi, e di 3,14 che è formato da 3 unità, 1 decimo e 4 centesimi. La risposta esatta è quindi **b**.

Le quattro operazioni e le potenze in \mathbb{N}

3 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- | | |
|--|---|
| <p>a V F Il quoziente di due numeri naturali è sempre un numero naturale.</p> <p>b V F Se il dividendo è maggiore del divisore il quoziente è un numero naturale.</p> <p>c V F Se il dividendo è multiplo del divisore il quoziente è un numero naturale.</p> <p>d V F La sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione.</p> | <p>a F Considerando ad esempio la divisione $10 : 4$ otteniamo 2,5 che è un numero decimale.</p> <p>b F Considerando sempre la divisione $10 : 4$, in cui il dividendo 10 è maggiore del divisore 4, otteniamo 2,5 che è un numero decimale.</p> <p>c V Per definizione, il multiplo di un numero lo contiene esattamente.</p> <p>d V Ad esempio $12 - 2 = 10$ e $10 + 2 = 12$.</p> |
|--|---|

Scegli la risposta esatta.

4 Moltiplicando due numeri naturali si ottiene:

- | | |
|---|---|
| <p>a sempre un numero naturale.</p> <p>b in alcuni casi particolari un numero che non è un numero naturale.</p> <p>c a volte un numero naturale, a volte no.</p> | <p>La risposta esatta è a perché se pensiamo la moltiplicazione come somma di numeri tutti uguali e naturali, il risultato è sicuramente un numero naturale.</p> |
|---|---|

5 La sottrazione tra due numeri naturali dà come risultato:

- | | |
|---|--|
| <p>a sempre un numero naturale.</p> <p>b alcune volte un numero naturale.</p> <p>c mai un numero naturale.</p> | <p>La risposta esatta è b, infatti il risultato è un numero naturale solo se il minuendo è maggiore del sottraendo.</p> |
|---|--|

6 Stabilisci se le seguenti uguaglianze sono vere o false.

- | | |
|--|--|
| <p>a V F $11 + 0 = 0 + 11 = 11$</p> <p>b V F $11 - 0 = 0 - 11$</p> <p>c V F $71 \cdot 0 = 0$</p> <p>d V F $71 \cdot 1 = 71$</p> <p>e V F $0 : 8 = 0$</p> <p>f V F $8 : 0 =$ impossibile</p> <p>g V F $1^5 = 1$</p> <p>h V F $6 : 1 \neq 1 : 6$</p> | <p>a V L'addizione gode della proprietà commutativa.</p> <p>b F La sottrazione non gode della proprietà commutativa.</p> <p>c V Qualunque numero moltiplicato per 0 dà come risultato 0.</p> <p>d V 1 è l'elemento neutro della moltiplicazione.</p> <p>e V Perché $0 \cdot 8 = 0$.</p> <p>f V Nessun numero moltiplicato per 0 dà come risultato 8.</p> <p>g V 1 moltiplicato per se stesso 5 volte dà come risultato 1.</p> <p>h V La divisione non gode della proprietà commutativa.</p> |
|--|--|

7 Scrivi le operazioni corrispondenti alle seguenti frasi.

- | | |
|--|--|
| <p>a Addizionare a 9 il numero 23.</p> <p>b Sottrarre da 17 il numero 11.</p> <p>c Calcolare il multiplo secondo 4 di 8.</p> <p>d Calcolare la divisione tra 36 e 4.</p> <p>e Sottrarre dal numero 100 il numero 17 e addizionare al risultato il numero 2.</p> <p>f Dividere per 7 il numero 56.</p> <p>g Calcolare il prodotto dei fattori 7 e 5.</p> | <p>a $9 + 23$</p> <p>b $17 - 11$</p> <p>c $4 \cdot 8$</p> <p>d $36 : 4$</p> <p>e $100 - 17 + 2$</p> <p>f $56 : 7$</p> <p>g $7 \cdot 5$</p> |
|--|--|

8 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- a V F** La potenza 0^2 è uguale a 0.
b V F La potenza 0^0 non esiste.
c V F La potenza 5^1 è uguale a 1.
d V F La potenza 1^3 è uguale a 1.
e V F La potenza 7^2 è uguale a 14.
f V F La potenza 7^0 è uguale a 0.
g V F Per l'elevamento a potenza vale la proprietà commutativa.

- h V F** $3^5 < 5^3$
i V F $5^0 > 3^1$
j V F $6^{10} : 2^{10} = 4^{10}$
k V F $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^4 = 30^4$
l V F $(7^2)^3 = 7^5$
m V F $2^3 = 6$
n V F $5^3 : 5^3 = 1^3$
o V F $5^6 : 5^2 = 5^3$
p V F $4^0 : 4^0 = 0$
q V F $4^3 = 3^4$
r V F $(5^2)^0 = 5^2$
s V F $1^{18} = 18$
t V F $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36}$
u V F $\sqrt{100} : \sqrt{4} = \sqrt{100 : 4} = \sqrt{25}$
v V F $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$

- a V** Perché $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$.
b V Perché è una forma indeterminata.
c F Ogni base elevata ad 1 è uguale alla base stessa.
d V Perché $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$.
c F Perché $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$.
f F Una qualunque potenza con esponente 0 ha per risultato 1.

- g F** Ad esempio $2^3 = 8$ ma $3^2 = 9$, quindi $2^3 \neq 3^2$.
h F Perché $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ e $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, quindi $3^5 > 5^3$.
i F Perché $5^0 = 1$ e $3^1 = 3$, quindi $5^0 < 3^1$.
j F Perché $6^{10} : 2^{10} = (6 : 2)^{10} = 3^{10}$.
k V Perché $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^4 = 30^4$.
l F Perché $(7^2)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$.
m F Perché $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.
n V Perché $5^3 : 5^3 = (5 : 5)^3 = 1^3$.
o F Perché $5^6 : 5^2 = 5^{6-2} = 5^4$.
p F Perché $4^0 : 4^0 = 4^{0-0} = 4^0 = 1$.
q F Per le potenze non vale la proprietà commutativa.
r F Perché $(5^2)^0 = 5^{2 \cdot 0} = 5^0 = 1$.
s F Perché 1 elevato a qualunque esponente dà come risultato sempre 1.
t V Il prodotto delle radici è uguale alla radice del prodotto.
u V Il quoziente delle radici è uguale alla radice del quoziente.
v F Infatti $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$ e $3 + 4 \neq 5$.

9 Esprimi con una sola potenza il risultato delle seguenti espressioni.

- a** $4^4 \cdot 3^4 \cdot 2^4 =$
b $64^3 : 4^3 : 2^3 =$
c $45^2 : 9^2 : 5^2 =$
d $72^3 : 9^3 \cdot 2^3 =$

- a** $(4 \cdot 3 \cdot 2)^4 = 24^4$
b $(64 : 4 : 2)^3 = (16 : 2)^3 = 8^3$
c $(45 : 9 : 5)^2 = (5 : 5)^2 = 1^2 = 1$
d $(72 : 9 \cdot 2)^3 = (8 \cdot 2)^3 = 16^3$

10 Applicando la regola del prodotto e la regola del quoziente di due radici quadrate, calcola il valore delle seguenti espressioni.

- a** $\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} + \sqrt{125} : \sqrt{5} =$
b $\sqrt{50} : \sqrt{2} + \sqrt{162} : \sqrt{2} =$
c $9 + \sqrt{72} : \sqrt{2} - \sqrt{27} : \sqrt{3} =$
d $\sqrt{216} : \sqrt{6} + 4\sqrt{16} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} =$

- a** $\sqrt{100} + \sqrt{25} = 10 + 5 = 15$
b $\sqrt{25} + \sqrt{81} = 5 + 9 = 14$
c $9 + \sqrt{36} - \sqrt{9} = 9 + 6 - 3 = 12$
d $\sqrt{36} + 4 \cdot 4 - \sqrt{49} = 6 + 16 - 7 = 15$

Le espressioni

Risolvi le seguenti espressioni di varie tipologie.

11 $28 : 4 + 12 : 2 - 16 : 2 + 6 \cdot 3 =$

Si risolvono prima moltiplicazioni e divisioni, nell'ordine in cui si trovano:
 $= 7 + 6 - 8 + 18 = 23$

12 $\{20 - 50 : [(40 - 5 \cdot 6) + (6 \cdot 8 - 33)] - (2 + 5 \cdot 2)\} : 3 =$

Si eseguono i calcoli nelle parentesi tonde, poi nelle quadre ed infine nelle graffe:
 $= \{20 - 50 : [(40 - 30) + (48 - 33)] - (2 + 10)\} : 3 =$
 $= \{20 - 50 : [10 + 15] - 12\} : 3 =$
 $= \{20 - 50 : 25 - 12\} : 3 =$
 $= \{20 - 2 - 12\} : 3 = 6 : 3 = 2$

13 $(3^2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2^2 \cdot 3) : 2^2 + 18^3 : 9^3 =$

Applichiamo le proprietà delle potenze, successivamente sviluppiamo le potenze, quindi risolviamo moltiplicazioni e divisioni, nell'ordine in cui si trovano, ed infine addizioni e sottrazioni nell'ordine in cui si trovano:

$$= [(3 \cdot 2)^2 - 2^3 \cdot 3] : 2^2 + (18 : 9)^3 =$$

$$= [6^2 - 8 \cdot 3] : 4 + 2^3 =$$

$$= [36 - 24] : 4 + 8 =$$

$$= 12 : 4 + 8 = 3 + 8 = 11$$

14 $(3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^6)^2 : (3^4 \cdot 3^3 \cdot 3^0)^3 : 3^4 =$

L'espressione contiene solo potenze del 3, quindi applichiamo le proprietà di potenze con la stessa base:

$$= (3^{3+4+6})^2 : (3^{4+3+0})^3 : 3^4 =$$

$$= (3^{13})^2 : (3^7)^3 : 3^4 =$$

$$= 3^{26} : 3^{21} : 3^4 = 3^{26-21-4} = 3^1 = 3$$

15 $[16^3 \cdot (2^4)^2 : (4^2)^4]^3 \cdot [(2^4)^4 : 16^2]^3 : [4^2 \cdot 4^3 \cdot (2^3)^5] : (2^3)^3 =$

Le potenze presenti hanno base 2, 4, 16, ma $4 = 2^2$ e $16 = 2^4$, quindi trasformiamo tutte le potenze in base 2:

$$= [(2^4)^3 \cdot (2^4)^2 : (2^2)^4]^3 \cdot [(2^4)^4 : (2^4)^2]^3 : [(2^2)^2 \cdot (2^2)^3 \cdot (2^3)^5] : (2^3)^3 =$$

$$= [2^{12} \cdot 2^8 : 2^{16}]^3 \cdot [2^{16} : 2^8]^3 : [2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^{15}] : 2^9 =$$

$$= [2^{12+8-16}]^3 \cdot [2^{16-8}]^3 : [2^{4+6+15}] : 2^9 =$$

$$= [2^4]^3 \cdot [2^8]^3 : 2^{25} : 2^9 =$$

$$= 2^{12} \cdot 2^{24} : 2^{25} : 2^9 =$$

$$= 2^{12+24-25-9} = 2^2 = 4$$

$$16 \quad (2^5 - 2^4 - 2^3) : 2^0 + (3^4 - 3^3 - 3^2) : (3^2 - 2^2) - 5^0 \cdot (2^3 + 15 - 17) =$$

Sviluppiamo tutte le potenze presenti nel testo:
 $= (32 - 16 - 8) : 1 + (81 - 27 - 9) : (9 - 4) - 1 \cdot (8 + 15 - 17) =$
 Eseguiamo le operazioni presenti nelle parentesi:
 $= 8 : 1 + 45 : 5 - 1 \cdot 6 =$
 Eseguiamo moltiplicazioni e divisioni:
 $= 8 + 9 - 6 = 11$

$$17 \quad \{ [3^3 \cdot (2 + 6^7 : 6^6) + (2^2 + 3^2 + 4^2) \cdot 3] : 3 + 3^2 \} : 10 + 3^2 - [7^2 - (5^2 - 2^3 \cdot 3)^7 - 2^2 \cdot 11]^2 =$$

Eseguiamo i calcoli contenuti nelle parentesi tonde dando la precedenza alle potenze e applicando, dove è possibile, le loro proprietà:
 $= \{ [3^3 \cdot (2 + 6^1) + (4 + 9 + 16) \cdot 3] : 3 + 9 \} : 10 + 3^2 - [7^2 - (25 - 8 \cdot 3)^7 - 2^2 \cdot 11]^2 =$
 $= \{ [3^3 \cdot 8 + 29 \cdot 3] : 3 + 9 \} : 10 + 3^2 - [7^2 - 1^7 - 2^2 \cdot 11]^2 =$
 Eseguiamo i calcoli contenuti nelle parentesi quadre:
 $= \{ [27 \cdot 8 + 29 \cdot 3] : 3 + 9 \} : 10 + 3^2 - [49 - 1 - 4 \cdot 11]^2 =$
 $= \{ [216 + 87] : 3 + 9 \} : 10 + 3^2 - [49 - 1 - 44]^2 =$
 $= \{ 303 : 3 + 9 \} : 10 + 3^2 - 4^2 =$
 Eseguiamo i calcoli contenuti nella parentesi graffa:
 $= \{ 101 + 9 \} : 10 + 9 - 16 =$
 $= 110 : 10 + 9 - 16 =$
 $= 11 + 9 - 16 = 4$

● La misura e i problemi

18 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- a** **V** **F** La tua altezza è una grandezza.
- b** **V** **F** L'abilità di uno sportivo è una grandezza.
- c** **V** **F** Il raggio della luna e la lunghezza del tuo dito sono grandezze omogenee.
- d** **V** **F** La temperatura e la quantità di olio contenuta in un bidone non sono grandezze omogenee.
- e** **V** **F** In 2 metri ci sono 200 centimetri.
- f** **V** **F** Tre litri di acqua pesano 3 chili.
- g** **V** **F** Un blocco di bronzo di 100 cm^3 (ps 8,95) pesa 895 grammi.
- h** **V** **F** $30' = 1800''$
- i** **V** **F** $2^\circ 120' = 4^\circ$
- j** **V** **F** 3 ore = 180 minuti
- k** **V** **F** Parto alle 12:30 e arrivo a destinazione alle 18:30, quindi ho passato 4 ore in viaggio.

- a** **V** Si può misurare in metri o centimetri.
- b** **F** Perché non è misurabile.
- c** **V** Entrambe si possono misurare con la stessa unità di misura.
- d** **V** La temperatura si misura in gradi centigradi, la quantità di olio in litri.
- e** **V** Il centimetro è la centesima parte del metro, quindi in 1 metro sono contenuti 100 centimetri e in 2 metri ci sono 200 centimetri.
- f** **V** La capacità di 3 litri corrisponde al volume di 3 dm^3 ed essendo il peso specifico dell'acqua uguale a 1, il peso sarà di 3 chili.
- g** **V** 1 cm^3 di bronzo pesa 8,95 g e moltiplicando per 100 otteniamo 895 g.
- h** **V** Perché 1 primo corrisponde a 60 secondi.
- i** **V** Perché $60' = 1^\circ$, quindi $120' = 2^\circ$.
- j** **V** Perché 1 ora = 60 minuti.
- k** **F** $18^h 30^m - 12^h 30^m = 6^h$, quindi ho passato 6 ore in viaggio.

Risolvi i seguenti problemi.

- 19** Luca è iscritto ad un corso di nuoto di 15 lezioni. Le lezioni costano complessivamente 112,50 euro e ogni ingresso in piscina 2,50 euro. Quanto spenderà in tutto Luca?

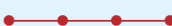
L'espressione risolutiva è la seguente:


$$\text{€ } (112,50 + 2,50 \cdot 15) = \text{€ } (112,50 + 37,50) = \text{€ } 150$$

- 20** Nella biblioteca della classe ci sono 32 volumi. I romanzi di avventura sono il triplo di quelli di fantascienza. Quanti sono i romanzi di avventura della biblioteca?

Questo problema si risolve facilmente con il metodo grafico:

romanzi di fantascienza: 




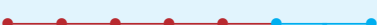
romanzi di avventura (il triplo): 

totale volumi (32): 

Quindi $32 : 4 = 8$ sono i volumi di fantascienza, $8 \cdot 3 = 24$ sono i volumi di avventura.

- 21** La somma di tre numeri è 62; sapendo che il primo è la metà del secondo e il terzo supera il secondo di 7, determina i tre numeri.

Usiamo anche in questo caso il metodo grafico:

1° numero	
2° numero	
3° numero	
1° + 2° + 3° numero	
$[(62 - 7) : 5] = 11$	\Rightarrow 1° numero
$(11 \cdot 2) = 22$	\Rightarrow 2° numero
$(22 + 7) = 29$	\Rightarrow 3° numero

- 22** Una rivista settimanale costa 2 euro alla copia. In un anno escono 51 numeri. Quanto si risparmia se, invece di comprarla ogni settimana, si sottoscrive l'abbonamento che costa 90 euro?

Il problema è risolvibile con un'espressione:

$$(51 \cdot 2) - 90 = 102 - 90 = 12 \text{ euro} \Rightarrow \text{risparmio ottenuto.}$$